موقع الدكتور محمد رزق معلم الكيمياء التعليمي D.M.RAZK

تفاصيل مراجعات الاحصاء

١

٢

٣

٤

٥

٦

موقع الدكتور محمد رزق معلم الكيمياء التعليمي D.M.RAZK

الوحدة 1

الارتباط والانحدار

الدرس الأول

الارتباط

الدرس الثانى

الانحدار

موقع الدكتور محمد رزق معلم الكيمياء التعليمي D.M.RAZK

الوحدة الأولى (الارتبـــاط والانـــحـــدار)

١ معـامـل الارتباط (ر)

٢ معامل ارتـــباط بيرسون

٣ معامل ارتباط الرتب لسبيرمان

٤ خـط الانـحـدار

٥ معادلة خـط الانـحـدار

هنذاكر أونلاين

١ معامل الارتباط (ر)
٢ معامل ارتباط بيرسون
٣ معامل ارتباط الرتب لسبيرمان
٤ خط الانحدار
٥ معادلة خط الانحدار

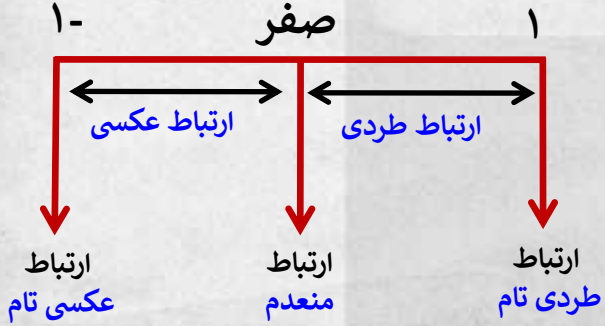
معامل الارتباط (ر)

هو مقياس كمى نسبى يقيس قوة الارتباط بين متغيرين وله الخصائص التالية

١ ر تكون موجبة فى حالة الارتباط الطردى ، وسالبة فى حالة الارتباط العكسى

٢ ر ∈ [-١ ، ١] أى أن -١ ≤ ر ≤ ١

٣ تتحدد درجة الارتباط (كما اتفق عليه) كما يلى :



- ارتباط منعدم (صفرى) إذا كانت ر = صفر
- ارتباط ضعيف إذا كان ٠ < |ر| < ٠,٤
- ارتباط متوسط إذا كان ٠,٤ ≤ |ر| ≤ ٠,٦
- ارتباط قوى إذا كان ٠,٦ < |ر| < ١
- ارتباط طردى تام إذا كانت ر = ١
- ارتباط عكسى تام إذا كانت ر = -١

موقع الدكتور محمد رزق معلم الكيمياء التعليمي D.M.RAZK

إذا كان المتغيران يتزايدان معًا أو يتناقصان معًا
فإن الارتباط بينهما يكون .....

- طرديًّا
- عكسيًّا
- غير خطي
- منعدمًا

هـنـذاكـر أونـلايـن

معامل الارتباط (ر) مقياس كمى يقيس قوة الارتباط حيث ر ∋ .....

- [٠ ، ١]
-]-١ ، ١[
- [-١ ، ١]
- [٠ ، ١] - {٠}

هـنـذاكـر أونـلايـن

موقع الدكتور محمد رزق معلم الكيمياء التعليمي D.M.RAZK

أقوى معامل ارتباط عكسى فيما يلى هو .....

- ٠,٢-
- ٠,٥-
- ٠,٧-
- ٠,٨-

هـنـذاكـر أونـلايـن

معامل ارتباط بيرسون (ر) [أو معامل الارتباط الخطى]

إذا كان س ، ص متغيرين لهما عدد (ن) من القيم فإن :

$$ر = \frac{ن \Sigma س ص - \Sigma س \Sigma ص}{\sqrt{ن \Sigma س^{٢} - (\Sigma س)^{٢}} \times \sqrt{ن \Sigma ص^{٢} - (\Sigma ص)^{٢}}}$$

ملاحظة

- إذا كان: $\overline{س}$ ، $\overline{ص}$ هما المتوسطان لقيم س ، ص على الترتيب ، ن عدد القيم

فإن :

$$\overline{س} = \frac{\Sigma س}{ن} \quad ، \quad \overline{ص} = \frac{\Sigma ص}{ن}$$

١ معامل الارتباط (ر)
٢ معامل ارتباط بيرسون
٣ معامل ارتباط الرتب لسبيرمان
٤ خط الانحدار
٥ معادلة خط الانحدار

الوحدة الأولى (الارتباط والانحدار)

موقع الدكتور محمد رزق معلم الكيمياء التعليمي D.M.RAZK

فى دراسة إحصائية لإيجاد معامل الارتباط بين متغيرين س ، ص إذا كان :
$\Sigma س = ٤٠$ ، $\Sigma ص = ٣٠$ ، $\Sigma س^{٢} = ٣٦٠$ ، $\Sigma ص^{٢} = ٢٠٠$ ، $\Sigma س ص = ٢٣٢$ ، $ن = ٥$
فإن معامل الارتباط الخطى لبيرسون بين س ، ص ≃ .....

- -٠,٨٢
- -٠,٢٨
- ٠,٢٨
- ٠,٨٢

هـنـذاكـر أونـلايـن

إذا كان :

$\sum س = ٥٠$ ، $\sum ص = ٤٠$ ، $ن = ١٠$ ، $\sum س ص = ٢١٣$ ، $\sum س^{٢} = ٢٩٨$ ، $\sum ص^{٢} = ١٧٦$

أوجد قيمة معامل الارتباط لبيرسون بين المتغيرين س وحدد نوعه ودرجته

هـنـذاكـر أونـلايـن

موقع الدكتور محمد رزق معلم الكيمياء التعليمي D.M.RAZK

معامل ارتباط الرتب لسبيرمان

إذا كان س ، ص متغيرين لهما عدد (ن) من القيم فإن :

$$ر = ١ - \frac{٦ \sum ف^{٢}}{ن(ن^{٢} - ١)}$$

• حيث ف هى الفرق بين رتب المتغيرين

تشارلز سبيرمان

عند حساب معامل ارتباط الرتب لسبيرمان (ر) لمتغيرين س ، ص وكان :

$\sum ف^{٢}$ = ٦٣ ، ن = ٨ فإن : ر = ...

- ٠,٢٥
- ٠,٥
- ٠,٧٥
- ١

هـنـذاكـر أونـلايـن

موقع الدكتور محمد رزق معلم الكيمياء التعليمي D.M.RAZK

عند حساب معامل ارتباط الرتب لسبيرمان (ر) لمتغيرين س ، ص وكان :

$\sum ف^{٢}$ = ٣٥ ، ن = ٦ فإن : ر = ...

- -٠,٥
- صفر
- ٠,٥
- ١

هـنـذاكـر أونـلايـن

من بيانات الجدول الآتى :
معامل ارتباط الرتب لسبيرمان بين س ، ص يساوى .....

س	جيد جدًا	ضعيف	جيد	مقبول	ممتاز
ص	مقبول	ممتاز	جيد	جيد جدًا	ضعيف

- ١-
- صفر
- ٠,٢
- ١

هنذاكر أونلاين

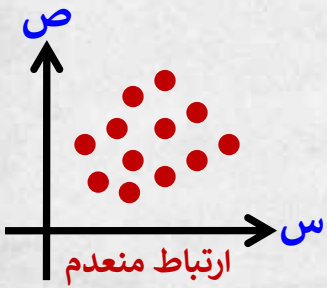
١ مـعامـل الارتباط (ر)
٢ معامل ارتـبـاط بيرسون
٣ معامل ارتباط الرتب لسبيرمان
٤ خـط الانـحـدار
٥ معادلة خـط الانـحـدار

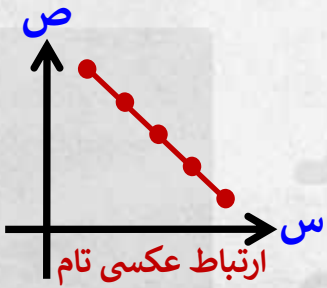
خط الانحدار :

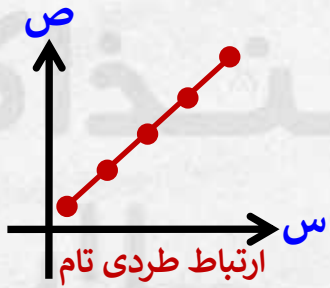
هو خط مستقيم تقع النقط من حوله وقريبة منه وإن كانت لا تقع جميعها عليه

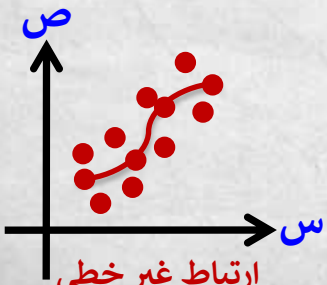
شكل الانتشار والارتباط وخط الانحدار:

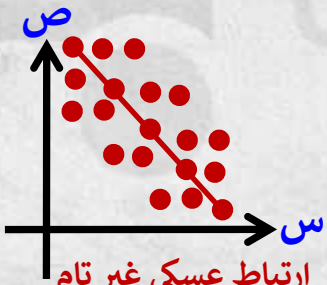
◀ كلما اقتربت النقاط من خط الانحدار كلما زادت درجة الارتباط بين المتغيرين

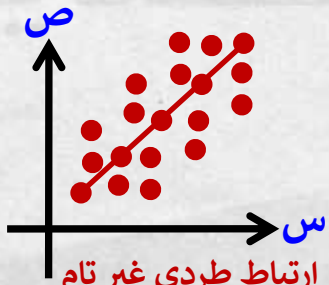






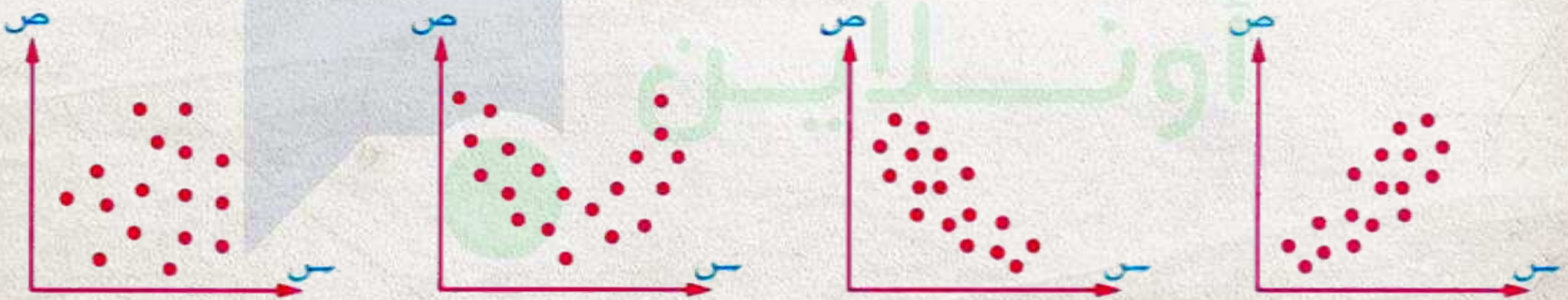






موقع الدكتور محمد رزق معلم الكيمياء التعليمي D.M.RAZK

شكل الانتشار الذى يمثل ارتباط عكسى هو .....



هـ ـذاكر أونـ ـلاين

موقع الدكتور محمد رزق معلم الكيمياء التعليمي D.M.RAZK

العلاقة بين طول ضلع المثلث المتساوى الأضلاع ومحيطه هو ارتباط .....

- طردى قوى
- عكسى قوى
- طردى تام
- عكسى تام

هـــذاكر أونـــلاين

العلاقة بين طول ضلع المربع ومحيطه هو ارتباط .....

- طردى قوى
- عكسى قوى
- طردى تام
- عكسى تام

هـــذاكر أونـــلاين

معادلة خط الانحدار

إذا كان : ص هو المتغير التابع ، س هو المتغير المستقل فإن :

معادلة خط الانحدار ص على س هى $\hat{ص}$ = أ +ب س ($\hat{ص}$ تقرأ ص هات) حيث :

$$ب = \frac{ن \Sigma س ص - \Sigma س \Sigma ص}{ن \Sigma س^{٢} - (\Sigma س)^{٢}} \quad ، \quad أ = \frac{\Sigma ص - ب \Sigma س}{ن}$$

وتسمى ب معامل انحدار ص على س وهى تعبر عن ميل خط الانحدار على الاتجاه الموجب لمحور السينات

ملاحظات

١ تستخدم معادلة خط انحدار ص على س فى التنبؤ بقيمة ص إذا علمت قيمة س

٢ يُحدد مقدار الخطأ من العلاقة :

مقدار الخطأ =
| القيمة الجدولية - القيمة التى تحقق معادلة الانحدار |

٣ إشارة على نوع الارتباط (ب) تدل على نوع الإرتباط حيث :

- إذا كانت موجبة فإن الارتباط يكون طرديًا
- إذا كانت ب سالبة فان الارتباط يكون عكسيًا

إذا وقعت النقطتان (٢ ،٨) ، (٧، ٣) علي خط انحدار ص علي س وكان الارتباط تاما ، فإن معامل الارتباط الخطي يساوي .....

- ١-
- صفر
- ٢/١
- ١

هـنـذاكـر أونـلايـن

في معادلة خط انحدار ص على س (ص̂ = ب س + أ) إذا كان معامل س أكبر من صفر فإن الارتباط بين المتغيرين س ، ص يكون .....

- منعدمًا
- تامًا
- طرديًا
- عكسيًا

هـنـذاكـر أونـلايـن

فى معادلة خط انحدار ص على س (ص̂ = ب س + أ) إذا كان معامل س أقل من صفر فإن الارتباط بين المتغيرين س ، ص يكون .....

- منعدمًا
- تامًا
- طرديًا
- عكسيًا

هـنـذاكـر أونـلايـن

إذا كانت جميع النقاط فى شكل الانتشار تقع على خط مستقيم فإن معامل الارتباط بين المتغيرين يمكن أن يساوى .....

- $-\frac{١}{٢}$
- صفر
- ١-
- $\frac{٣}{٤}$

هـنـذاكـر أونـلايـن

المعادلة الإحصائية لمعادلة خط الانحدار حيث ب معامل الانحدار هى .....

- ص̂ = أ س + ب
- ص̂ = أ + ب س
- ص̂ = أ ص + ب
- ص̂ = أ + ب ص

هنداكر أونلاين

إذا كانت معادلة خط انحدار ص على س هى : صَ = ٢س -١
فإن قيمة ص المتوقعة عندما س = ١٠ هى .....

- ٩
- ١٨
- ١٩
- ٨

هـنـذاكـر أونـلايـن

إذا كان : $\sum س = ٧٩$ ، $\sum ص = ١٧٩$ ، $\sum س^{٢} = ١٣٣١$ ، $\sum س ص = ٢٨٩٩$ ، $ن = ٧$

أوجد معادلة انحدار ص على س هى .....

- $\hat{ص} = ٢س + ٣$
- $\hat{ص} = ٢س - ٣$
- $\hat{ص} = ٣س + ٢$
- $\hat{ص} = ٣س - ٢$

هذاكر أونلاين

من بيانات الجدول الآتى :

إذا كانت معادلة خط الانحدار هى ص = ٤,٢ + ٠,٣ س

فإن مقدار الخطأ عندما س = ١٠ يساوى .....

س	٦	٥	٧	٨	١٠	٦	٧
ص	٤	٧	٥	٦	٨	٧	٨

- ٢,٨-
- ٠,٨-
- ٠,٨
- ٢,٨

هنذاكر أونلاين

من بيانات الجدول الآتى :

إذا كان مقدار الخطأ عندما س = ١٠ هو ٠,٤ وكان مقدار القيمة التى تحقق معادلة الانحدار هى ١٢,٦

فإن مقدار أحد قيم ك يساوى .....

س	٨	٦	١٠	٧	٨	٥
ص	٨	٧	ك	٩	١٠	٥

- ٩,٨
- ١٣,٤
- ١٢,٦
- ١٣

هنذاكر أونلاين

الوحدة 2

مقاييس متقدمة فى الإحصاء

الدرس الأول

عرض وتمثيل البيانات بالساق والأوراق

الدرس الثانى

إيجاد الربيعات من البيانات المفردة - التمثيل الصندوقى
- نصف المدى الربيعى

الدرس الثالث

إيجاد الربيعات من الجدول التكرارى ذو المجموعات

موقع الدكتور محمد رزق معلم الكيمياء التعليمي D.M.RAZK

الوحدة الثانية (مقاييس متقدمة فى الاحصاء)

١ المدى - الوسط الحسابى المنوال - الوسيط

٢ تمثيل البيانات بالساق والأوراق

٣ الربيعات

٤ تعيين الربيعات من البيانات المفردة

٥ التمثيل الصندوقى

٦ تعيين الربيعات من الجدول التكرارى

هنداكر اونلاين

المدى - الوسط الحسابى - المنوال - الوسيط

المدى لمجموعة من القيم = القيمة العظمى - القيمة الصغرى

الوسط الحسابى لمجموعة من القيم = $\frac{\text{مجموع القيم}}{\text{عدد القيم}}$

المنوال هو القيمة الأكثر تكرارًا

الوسيط هو القيمة التى تتوسط القيم بعد ترتيبها

الوحدة الثانية (مقاييس متقدمة فى الاحصاء)

١ المدى - الوسط الحسابى المنوال - الوسيط
٢ تمثيل البيانات بالساق والأوراق
٣ الربيعات
٤ تعيين الربيعات من البيانات المفردة
٥ التمثيل الصندوقى
٦ تعيين الربيعات من الجدول التكرارى

موقع الدكتور محمد رزق معلم الكيمياء التعليمي D.M.RAZK

مجموع القيم التى وسطها الحسابى ($\overline{س}$) يساوى ٨ وعددها ٧ يساوى .....

- ٤٠
- ٥٦
- ٦٠
- ٨٠

هـنـذاكـر أونـلايـن

موقع الدكتور محمد رزق معلم الكيمياء التعليمي D.M.RAZK

الفرق بين أصغر وأكبر قيمة من البيانات يسمى .....

- الربيع الأدنى
- الوسيط
- المدى
- نصف المدى الربيعى

هنذاكر أونلاين

تمثيل البيانات بالساق والأوراق

إذا كانت البيانات		
٢٥	٢٦,٣	٢٧,٢
٢٧,١	٢٥,٨	٢٤,٩
٢٤,٤	٢٣,٤	٢٦,٨
٢٥,٤	٢٥,٨	٢٧,٥
٢٣,٥	٢٤,٧	٢٦,٩

الأوراق	الساق
٤ ٥	٢٣
٤ ٧ ٩	٢٤
٠ ٤ ٨ ٨	٢٥
٣ ٨ ٩	٢٦
١ ٢ ٥	٢٧
المفتاح	٧ | ٢٤ = ٢٤,٧

الوحدة الثانية (مقاييس متقدمة فى الاحصاء)

١ المدى - الوسط الحسابى المنوال - الوسيط
٢ تمثيل البيانات بالساق والأوراق
٣ الربيعات
٤ تعيين الربيعات من البيانات المفردة
٥ التمثيل الصندوقى
٦ تعيين الربيعات من الجدول التكرارى

موقع الدكتور محمد رزق معلم الكيمياء التعليمي D.M.RAZK

١ المدى - الوسط الحسابى المنوال - الوسيط
٢ تمثيل البيانات بالساق والأوراق
٣ الربيعات
٤ تعيين الربيعات من البيانات المفردة
٥ التمثيل الصندوقى
٦ تعيين الربيعات من الجدول التكرارى

التمثيل المزدوج بالساق والأوراق

درجات أحمد			
٣٧	٤٥	٣١	٣٦
٣٥	٤٠	٤١	٤٢
٤٠	٤٥	٥٠	٣٩

درجات محمود			
٤٢	٢٣	٣٤	٣٧
٤١	٣٤	٣٧	٤٥
٤٦	٤٨	٤٥	٤٣

درجات أحمد	الساق	درجات محمود
١٥٦٧٩	٢	٣
٠٠١٢٥٥	٣	٧٧٤٤
٠	٤	٨٦٥٥٣٢١
	٥	
المفتاح	٤|٣|١ تعنى ٣١ درجة لأحمد ، ٣٤ درجة لمحمود	

مميزات طريقة تمثيل البيانات بالساق والأوراق

- يتم الاحتفاظ بالبيانات الأصلية عكس الجداول التكرارية التى لا يمكن العودة للبيانات الأصلية بعد تمثلها فى الجداول التكرارية

عيوبها :

- لا تكون مناسبة للبيانات ذات الأحجام الكبيرة

من عيوب تمثيل البيانات بالساق والأوراق أنه .....

- لا يوضح البيانات الأصلية
- لا يمكن إيجاد الوسيط من التمثيل
- لا يمكن إيجاد المدى
- لا يكون مناسبًا للبيانات ذات الأحجام الكبيرة

D.M.RAZK موقع الدكتور محمد رزق معلم الكيمياء التعليمي

أى من المخططات التالية تمثل القيم ١٦٩، ١٦٨ ، ١٧٨ ، ١٨٧ ؟

الأوراق	الساق
٩ ٦	١
٨ ٦	١
٨ ٧	١
٧ ٨	١

المفتاح | ٦٩ | ١ = ١٦٩

الأوراق	الساق
٩ ٨	١٦
٨	١٧
٧	١٨

المفتاح | ٨ | ١٦ = ١٦٨

الأوراق	الساق
٩ ٨	١٦
٨ ٧	١
٧ ٨	١

المفتاح | ٧٨ | ١ = ١٧٨

الأوراق	الساق
٩ ٨	١٦
٧	١٧
٨	١٨

المفتاح | ٩ | ١٦ = ١٦٩

هـ ذاكر أونلاين
f D.M.RAZK موقع الدكتور محمد رزق معلم الكيمياء التعليمي

المخطط المقابل:

الوسط الحسابى = ...

الساق	الأوراق
١٤	٢
١٥	٢ ٢
١٦	١
١٧	٢

المفتاح | ٢ | ١٤ = ١٤,٢

- ١٥٥,٨
- ١٥,٥٨
- ١,٥٥٨
- ١٤,٢

هنذاكر أونلاين

الـــربـــيـــعـــات

١ الربيع الأول (أو الربيع الأدنى $ر_{١}$):

◀ وهو القيمة التى يسبقها $\frac{١}{٤}$ البيانات (٢٥%) تقريبًا

٢ الربيع الثانى (أو الوسيط $ر_{٢}$) :

◀ وهو الوسيط أى القيمة التى يسبقها $\frac{١}{٢}$ البيانات (٥٠%) تقريبًا

٣ الربيع الثالث (أو الربيع الأعلى $ر_{٣}$) :

◀ وهو القيمة التى يسبقها $\frac{٣}{٤}$ البيانات (٧٥%) تقريبًا

الوحدة الثانية (مقاييس متقدمة فى الاحصاء)

١ المدى - الوسط الحسابى المنوال - الوسيط
٢ تمثيل البيانات بالساق والأوراق
٣ الـــربـــيـــعـــات
٤ تعيين الربيعات من البيانات المفردة
٥ الـــتـــمـــثـــيـــل الـــصـــنـــدوقى
٦ تعيين الربيعات من الجدول التكرارى

موقع الدكتور محمد رزق معلم الكيمياء التعليمي D.M.RAZK

القيمة التى يليها ٢٥% من البيانات تقريبًا تسمى .....

- الربيع الأدنى
- الوسيط
- الربيع الاعلى
- نصف المدى الربيعى

هـــذاكر أونـــلايـــن

القيمة التى يسبقها $\frac{1}{4}$ البيانات تقريبًا تسمي .....

- الربيع الأدنى
- الوسيط
- الربيع الأعلى
- المدى الربيعى

هنداكر أونلاين

١ المدى - الوسط الحسابى المنوال - الوسيط
٢ تمثيل البيانات بالساق والأوراق
٣ الربيعات
٤ تعيين الربيعات من البيانات المفردة
٥ التمثيل الصندوقى
٦ تعيين الربيعات من الجدول التكرارى

تعيين الربيعات من البيانات المفردة (غير المبوبة)

◀ يوجد حالتان حيث عدد البيانات (ن)

الحالة الأولى

إذا كان (ن + ١) يقبل القسمة على ٤

فإن الربيعات تكون إحدى قيم البيانات المعطاة وتعين مباشرة

الحالة الثانية

إذا كان (ن + ١) لا يقبل القسمة على ٤

فإن الربيعات تعين من القانون

قيمة الربيع المطلوب :

القيمة السابقة له + (القيمة التالية له – القيمة السابقة له) (ترتيبه – ترتيب القيمة السابقة له)

حيث :

- ترتيب الربيع الأول $(ر_{١}) = \frac{١}{٤}(ن + ١)$
- ترتيب الربيع الثانى $(ر_{٢}) = \frac{١}{٢}(ن + ١)$
- ترتيب الربيع الثالث $(ر_{٣}) = \frac{٣}{٤}(ن + ١)$

الساق	الأوراق			
٢	١	١	٢	٣
٣	٦	٧	٧	
٤	٠	١	٢	٢

المفتاح	٣ | ٢ = ٢٣

مخطط الساق والأوراق المقابل فإن:

ر١ + ر٢ + ر٣ = ...

- ١٠٠
- ٩٢
- ١٠٦
- ٩٨

هنذاكر أونلاين

موقع الدكتور محمد رزق معلم الكيمياء التعليمي D.M.RAZK

الساق	الأوراق
٢٣	٤ ٥
٢٤	٤ ٧ ٩
٢٥	٠ ٤ ٨ ٨
٢٦	٣ ٨ ٩
٢٧	١ ٢ ٥

المفتاح | ٧ | ٢٤ = ٢٤,٧

فى التمثيل المقابل :

الوسيط هو .....

- ٢٥,٤
- ٢٥,٨
- ٢٥٤
- ٢٥٨

هنذاكر أونلاين

موقع الدكتور محمد رزق معلم الكيمياء التعليمي D.M.RAZK

إذا كان الوسيط لمجموعة من القيم ١٨ والربيع الأول ١٢
فإن الربيع الثالث يمكن أن يكون .....

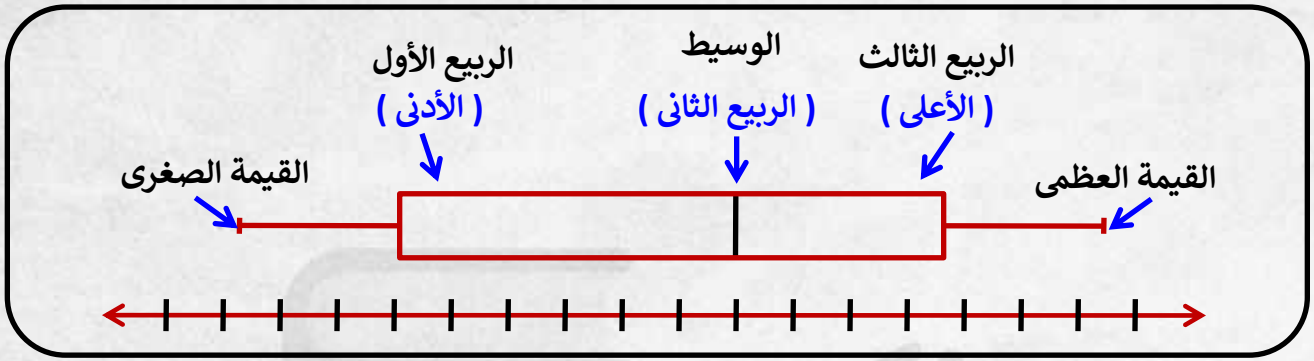
- ٨
- ١٣
- ١٧
- ٢٣

هـنـذاكـر أونـلايـن

موقع الدكتور محمد رزق معلم الكيمياء التعليمي D.M.RAZK

١ المدى - الوسط الحسابى المنوال - الوسيط
٢ تمثيل البيانات بالساق والأوراق
٣ الربيعات
٤ تعيين الربيعات من البيانات المفردة
٥ التمثيل الصندوق
٦ تعيين الربيعات من الجدول التكرارى

التمثيل الصندوق



نلاحظ :

- عدم احتواء الصندوق على القيم المتطرفة للبيانات وتمثيله لـ ٥٠% من البيانات الأكثر قربًا من الوسيط فقط
- يوجد مقياس جديد للتشتت أفضل من المدى وهو نصف المدى الربيعى (الانحراف الربيعى)

$$\text{نصف المدى الربيعى (ر)} = \frac{\text{الربيع الأعلى - الربيع الأدنى}}{٢}$$

أى أن

$$\text{ر} = \frac{ر_٣ - ر_١}{٢}$$

- من مميزات نصف المدى الربيعى أنه سهل وبسيط ويفضل استخدامه فى حالة وجود قيم متطرفة
- من عيوب نصف المدى الربيعى أنه يعتمد على $ر_١$ ، $ر_٣$ ولا يأخذ كل القيم فى الاعتبار

موقع الدكتور محمد رزق معلم الكيمياء التعليمي D.M.RAZK

المخطط الصندوقى التالى الوسيط =

.....

- ١٠
- ٢٠
- ٢٦
- ٣٤

هنذاكر أونلاين

موقع الدكتور محمد رزق معلم الكيمياء التعليمي D.M.RAZK

إذا كان نصف المدى الربيعى لمجموعة من القيم هو ٩
فإن ر٣ – ر١ = ...

- ٩
- ٤,٥
- ١٨
- ٥

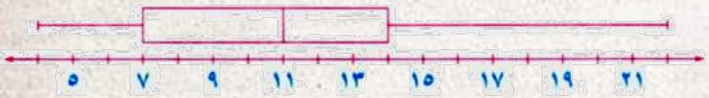
هـنـذاكـر أونـلايـن

المخطط الصندوقى المقابل نصف المدى الربيعى = ...

- ١٥
- ٧,٥
- ٩
- ٤,٥

هنذاكر أونلاين

موقع الدكتور محمد رزق معلم الكيمياء التعليمي D.M.RAZK



المدى الربيعى = ...

- ٧
- ١٤
- ٣,٥
- ١٨

هنداكر أونلاين

نصف المدى الربيعى هو أحد مقاييس .....

- النزعة المركزية
- التشتت
- الموضع الترتيبية
- الارتباط

موقع الدكتور محمد رزق معلم الكيمياء التعليمي D.M.RAZK

إذا كان : $ر_{٣} + ر_{١} = ٣٥$ ، $ر^{٢}_{٣} - ر^{٢}_{١} = ٢٨٠$

فإن نصف المدى الربيعى = ...

- ٢٤٥
- ١٤٠
- ٨
- ٤

هـنـذاكـر أونـلايـن

فيما يلى كمية الإنتاج اليومى من الألبان باللتر لعينة من الأبقار اختيرت من مزرعة :

٣٠ ، ٢٧ ، ١٨ ، ٢٠ ، ٢٩ ، ٣٤ ، ٢٥ ، ٣٢ ، ٢٩ ، ٢١ ، ٢٣ ، ٢٨ ، ٢٥ ، ١٩

مثل البيانات بطريقة الساق والأوراق واحسب نصف المدى الربيعى

هـنـذاكـر أونـلايـن

D.M.RAZK موقع الدكتور محمد رزق معلم الكيمياء التعليمي

إذا كان نصف المدى الربيعى = ٩,٥ وكان الربيع الأدنى = ٣١
فإن الربيع الأعلى = ...

- ٢١,٥
- ٤٠,٥
- ٥٠
- ٥٩

هـنـذاكـر أونـلايـن

الدرجات التالية تمثل درجات ١٥ طالبًا فى امتحان مادة الإحصاء

٣٧ ، ٤٠ ، ٤٥ ، ٢٣ ، ١٨ ، ٤٤ ، ٣٥ ، ٣٨ ، ٤٩ ، ٥٥ ، ١٥ ، ٥٨ ، ٥٣ ، ٣٢ ، ٤٢

عين التمثيل الصندوقى لهذه البيانات

٣٢، ٤٠، ٤٩

هـنـذاكـر أونـلايـن
D.M.RAZK موقع الدكتور محمد رزق معلم الكيمياء التعليمي

١ المدى - الوسط الحسابى المنوال - الوسيط
٢ تمثيل البيانات بالساق والأوراق
٣ الربيعات
٤ تعيين الربيعات من البيانات المفردة
٥ التمثيل الصندوقى
٦ تعيين الربيعات من الجدول التكرارى

تعيين الربيعات من الجدول التكرارى ذو المجموعات :

أولًا تعيين الربيعات جبريًا

١ ننشئ الجدول التكرارى المتجمع الصاعد .

٢ نعين ترتيبات الربيعات .

ترتيب الربيع الأول = $\frac{ن}{٤}$ ، ترتيب الربيع الثانى = $\frac{٢ن}{٤}$ ، ترتيب الربيع الثالث = $\frac{٣ن}{٤}$

حيث ن عدد البيانات

٣ نحدد الفترة (الفئة) التى يقع الربيع المطلوب فيها (تسمى الفترة الربيعية) ونحدد منها بداية الفترة ، طول الفترة ، التكرار المناظر لفترة الربيع ، التكرار المتجمع الصاعد السابق لفترة الربيع

٤ نستخدم القانون التالى لحساب الربيع المطلوب

ترتيب الربيع الأول =

بداية فترة الربيع + $\frac{\text{ترتيب الربيع - التكرار المتجمع السابق له}}{\text{التكرار المناظر لفترة الربيع}}$ × طول فترة الربيع

المجموعات	التكرار	الحدود العليا للمجموعات	التكرار المتجمع الصاعد
٢٢ -	٩	أقل من ٢٢	٠
٢٧ -	٣	أقل من ٢٧	٩
٣٢ -	١٠	أقل من ٣٢	١٢
٣٧ -	٨	أقل من ٣٧	٢٢
٤٢ -	١٢	أقل من ٤٢	٣٠
٤٧-	٨	أقل من ٤٧	٤٢
المجموع	٥٠	أقل من ٥٢	٥٠

إذا كان الجدول التكراري المتجمع الصاعد كما يلي:
فإن الوسيط – الربيع الاول =.....

- ٦,٦٢٥
- ١٢,٨٧٥
- ٦,٢٥
- ٤٥,١٢٥

هنذاكر أونلاين

١ المدى - الوسط الحسابى المنوال - الوسيط
٢ تمثيل البيانات بالساق والأوراق
٣ الربيعات
٤ تعيين الربيعات من البيانات المفردة
٥ التمثيل الصندوقى
٦ تعيين الربيعات من الجدول التكرارى

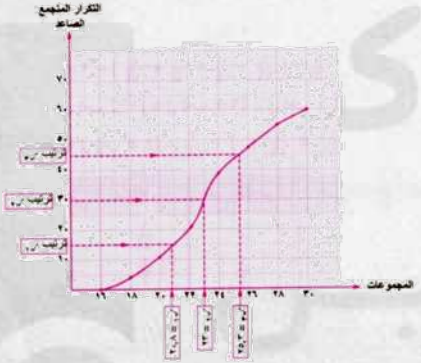
تعيين الربيعات من الجدول التكرارى ذو المجموعات :

ثانيًا تعيين الربيعات بيانيًا

١ تعيين الجدول التكرارى المتجمع الصاعد .

المجموعات	التكرار	الحدود العليا للمجموعات	التكرار المتجمع الصاعد

٢ رسم المنحنى التكرارى المتجمع الصاعد .



٣ تعيين ترتيبات الربيعات ($\frac{ن}{٤}$، $\frac{ن}{٢}$ ، $\frac{٣ن}{٤}$) وتحديدها على المحور الرأسى (التكرارات المتجمعة) حيث ن عدد البيانات .

٤ عند كل ترتيب من ترتيبات الربيعات نرسم خط أفقى يقطع المنحنى المتجمع الصاعد فى نقطة فيكون قيمة الربيع هى مسقط هذه النقطة على المحور الأفقى .

موقع الدكتور محمد رزق معلم الكيمياء التعليمي D.M.RAZK

الوحدة 3 الاحتمال

الدرس الأول	بعض المصطلحات والمفاهيم الأساسية	الأحداث - العمليات على الأحداث
الدرس الثانى	مسلمات وقوانين الاحتمال - حساب الاحتمال	
الدرس الثالث	الاحتمال الشرطى	
الدرس الرابع	الأحداث المستقلة والغير مستقلة	

موقع الدكتور محمد رزق معلم الكيمياء التعليمي D.M.RAZK

الوحدة الثالثة (الاحتمال)

١ بعض المصطلحات والمفاهيم الأساسية

٢ حساب الاحتمال

٣ مسلمات وقوانين الاحتمال

٤ الاحتمال الشرطى

٥ الأحداث المستقلة وغير المستقلة

هنداكر أونلاين

١ بعض المصطلحات والمفاهيم الأساسية
٢ حساب الاحتمال
٣ مسلمات وقوانين الاحتمال
٤ الاحتمال الشرطى
٥ الأحداث المستقلة وغير المستقلة

الاحتمال

التجربة العشوائية

هى كل تجربة يمكن معرفة جميع النواتج الممكنة لها قبل إجرائها ولكن لا نستطيع أن نحدد أيا من هذه النواتج سوف يتحقق فعلا عند إجرائها

فضاء العينة (أو فضاء النواتج)

هو مجموعة كل النواتج الممكنة الحدوث لتجربة عشوائية ما ويرمز له عادة بالرمز (ف) ويرمز لعدد عناصر فضاء العينة بالرمز ن (ف)

الحدث

هو أى مجموعة جزئية من فضاء العينة

موقع الدكتور محمد رزق معلم الكيمياء التعليمي D.M.RAZK

سحب بطاقة من مجموعة بطاقات مرقمة دون معرفة الأرقام المكتوبة على البطاقات يعبر عن .....

- تجربة عشوائية
- ليست تجربة عشوائية
- حدث مستحيل
- حدث مؤكد

D.M.RAZK موقع الدكتور محمد رزق معلم الكيمياء التعليمي

١ بعض المصطلحات والمفاهيم الأساسية
٢ حساب الاحتمال
٣ مسلمات وقوانين الاحتمال
٤ الاحتمال الشرطى
٥ الأحداث المستقلة وغير المستقلة

الاحتمال

وقوع الحدث

يقال إن حدثًا ما قد وقع إذا كان ناتج التجربة العشوائية هو أحد عناصر المجموعة التى يتالف منها هذا الحدث

الحدث المؤكد (ف)

هو حدث لابد أن يقع عند إجراء التجربة العشوائية

الحدث المستحيل (∅)

هو حدث لا يمكن أن يقع عند إجراء التجربة العشوائية

١ بعض المصطلحات والمفاهيم الأساسية
٢ حساب الاحتمال
٣ مسلمات وقوانين الاحتمال
٤ الاحتمال الشرطى
٥ الأحداث المستقلة وغير المستقلة

الاحتمال

الحدث البسيط (أو الأولى)

هو مجموعة جزئية من فضاء العينة (ف) تحتوى على عنصر واحد فقط

الحدثان المتنافيان

يقال إن الحدثين أ ، ب من فضاء عينة ف متنافيان إذا وفقط إذا كان أ ∩ ب = ∅

الأحداث المتنافية

يقال لعدة أحداث إنها متنافية إذا وفقط إذا كانت متنافية مثنى مثنى

الحدث المكمل (أ')

هو حدث عدم وقوع أ

موقع الدكتور محمد رزق معلم الكيمياء التعليمي D.M.RAZK

فى تجربة إلقاء عملة معدنية مرتين متتاليين فإن فضاء العينة لهذه التجربة هو .....

- {ص ، ك}
- {(ص ، ص) ، (ك ، ك)}
- {(ص ، ص) ، (ك ، ك) ، (ص ، ك) ، (ك ، ص)}
- {(ص ، ك) ، (ك ، ص)}

هـــذاكر أونـــلاين

من مجموعة الأرقام {٢، ٣، ٤ } تم تكوين عدد مكون من رقمين مختلفين
فإن حدث «مجموع رقمى العدد هو عدد أولى ≤ ٧» = ...

- {٣٤ ، ٤٣}
- {٤٣}
- {٣٢ ، ٢٣ ، ٤٣ ، ٣٤}
- ∅

هـنـذاكـر أونـلايـن

الاحـــتـــمـــال

الحدث أ ومكمله أَ حدثان متنافيان ويكون :

١ أ ∩ أَ = ∅ (الحدث المستحيل)

٢ أ ∪ أَ = ف (الحدث المؤكد)

الوحـــدة الـثـالثة (الاحـتـمـال)

١ بعض المصطلحات والمفاهيم الأساسية

٢ حـســاب الاحـتـمـال

٣ مسلـمـات وقـوانـيـن الاحـتـمـال

٤ الاحـتـمـال الـشـرطـى

٥ الأحـداث المستقـلـة وغـيـر المسـتقـلـة

موقع الدكتور محمد رزق معلم الكيمياء التعليمي D.M.RAZK

حساب الاحتمال

إذا كان ف فضاء عينة لتجربة عشوائية ما جميع نواتجها (الأحداث الأولية) متساوية الامكانات ، فإن احتمال وقوع أى حدث أ ⊂ ف يعطى بالقانون :

$$\text{ل}(أ) = \frac{\text{عدد النواتج التى تؤدى إلى وقوع الحدث أ}}{\text{عدد جميع النواتج الممكنة}}$$

أى أن

$$\text{ل}(أ) = \frac{\text{عدد عناصر أ}}{\text{عدد عناصر ف}} = \frac{\text{ن}(أ)}{\text{ن}(ف)}$$

الوحدة الثالثة (الاحتمال)
١ بعض المصطلحات والمفاهيم الأساسية
٢ حساب الاحتمال
٣ مسلمات وقوانين الاحتمال
٤ الاحتمال الشرطى
٥ الأحداث المستقلة وغير المستقلة

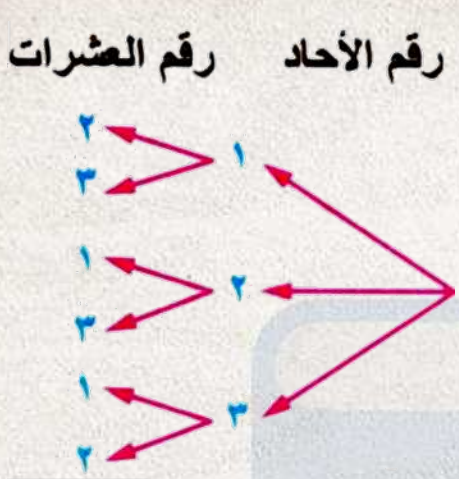
موقع الدكتور محمد رزق معلم الكيمياء التعليمي D.M.RAZK

ألقى حجر نرد منتظم مرة واحدة على منضدة ، ولوحظ العدد الظاهر على وجهه العلوى

فإن احتمال ألا يزيد هذا العدد عن ٥ ولا يقل عن ٣ هو .....

- $\frac{1}{6}$
- $\frac{1}{3}$
- $\frac{1}{2}$
- $\frac{2}{3}$

هـنـذاكـر أونـلايـن



فى تجربة تكوين عدد من رقمين مختلفين من مجموعة الأرقام {١ ، ٢ ، ٣} تم استخدام الشجرة البيانية المقابلة فإن عدد عناصر الحدث «العدد الناتج عدد زوجى» هو .....

- ٦
- ٣
- ٤
- ٢

هنذاكر أونلاين

فى تجربة إلقاء حجر نرد منتظم مرتين متتاليتين ، فإن احتمال الحصول على عدد زوجى فى الرمية الأولى وعدد أولى فى الرمية الثانية هو .....

- $\frac{1}{3}$
- $\frac{1}{6}$
- $\frac{1}{9}$
- $\frac{1}{4}$

هـنـذاكـر أونـلايـن

مسلمات وقوانين الاحتمال

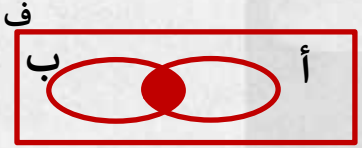
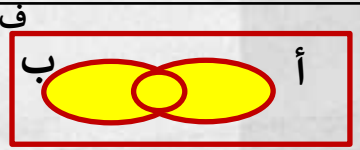
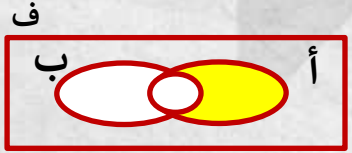
- لكل حدث أ ⊂ ف يكون صفر ≤ ل (أ) ≤ ١ أى أن ل (أ) ∈ [٠، ١]
- ل (أ ∪ ب) = ل (أ) + ل (ب) - ل (أ ∩ ب)
- اذا كان أ، ب حدثين متنافيين من فضاء العينة ف فإن : ل (أ ∪ ب) = ل (أ) + ل (ب)

احتمالات بعض الأحداث و التعبير اللفظى عنها وتمثيلها بشكل فن

احتمال الحدث	التعبير عنه لفظيًا	تمثيل الحدث بشكل فن
ل (ف)	احتمال وقوع الحدث المؤكد = ١	ف
ل (∅)	احتمال وقوع الحدث المستحيل = صفر	ف
ل (أ)	احتمال وقوع الحدث أ	ف أ

موقع الدكتور محمد رزق معلم الكيمياء التعليمي D.M.RAZK

مسلمات وقوانين الاحتمال

احتمال الحدث	التعبير عنه لفظيًا	تمثيل الحدث بشكل فن
ل(أ′) = ل(ف – أ)= ١-ل(أ)	احتمال الحدث المكمل للحدث أ احتمال عدم وقوع الحدث أ	
ل (أ ∩ ب) = ل (أ) + ل (ب) - ل (أ ∪ ب)	احتمال وقوع أ ، ب معًا	
ل (أ ∪ ب) = ل (أ) + ل (ب) - ل (أ ∪ ب)	احتمال وقوع أ أو ب أو كليهما احتمال وقوع أحدهما على الأقل احتمال وقوع أى من الحدثين	
ل (أ – ب) = ل (أ ∩ ب′) = ل (أ) – ل (أ ∩ ب)	احتمال وقوع أ وعدم وقوع ب احتمال وقوع أ فقط	

إذا كان احتمال نجاح طالب فى التاريخ ٠,٦٢ واحتمال نجاحه فى الجغرافيا هو ٠,٢٤ واحتمال نجاحه فى إحداهما على الأقل هو ٠,٨١ فإن احتمال نجاح الطالب فى المادتين معًا هو .....

- ٠,١٨
- ٠,٠٥
- ٠,٥
- ٠,٨٦

هـنـذاكـر أونـلايـن

إذا كان أ ، ب حدثين من فضاء عينة لتجربة عشوائية فإن حدث وقوع أ فقط = ...

- ب
- أ ∪ ب
- أ - ب
- ب - أ

هـنـذاكـر أونـلايـن

موقع الدكتور محمد رزق معلم الكيمياء التعليمي D.M.RAZK

إذا كان، ل (أ) = $\frac{1}{2}$ ، ل (ب) = $\frac{2}{5}$ ، ل (أ ∪ ب) = $\frac{4}{5}$

فإن : ل (أَ ∩ ب) = ...

- $\frac{1}{10}$
- $\frac{3}{10}$
- $\frac{3}{5}$
- $\frac{3}{4}$

هـنـذاكـر أونـلايـن

موقع الدكتور محمد رزق معلم الكيمياء التعليمي D.M.RAZK

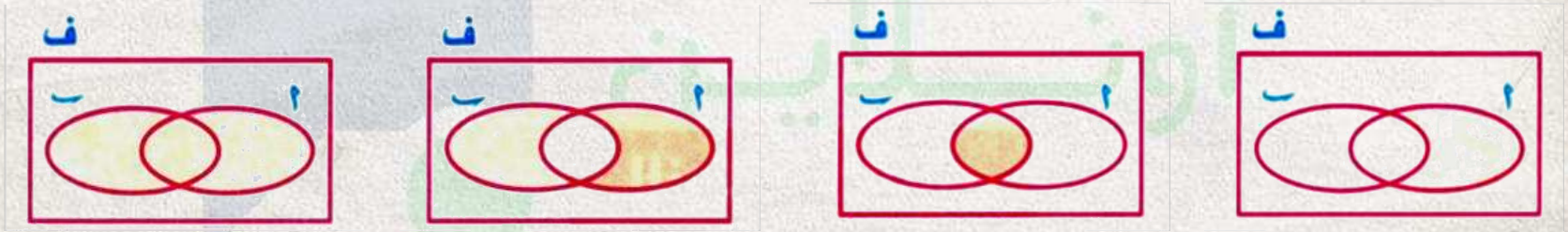
١ بعض المصطلحات والمفاهيم الأساسية
٢ حساب الاحتمال
٣ مسلمات وقوانين الاحتمال
٤ الاحتمال الشرطى
٥ الأحداث المستقلة وغير المستقلة

مسلمات وقوانين الاحتمال

احتمال الحدث	التعبير عنه لفظيًا	تمثيل الحدث بشكل فن
ل(أ′ ∩ ب′) = ل (أ ∪ ب)′ = ١ – ل (أ ∪ ب)	احتمال عدم وقوع أى من الحدثين احتمال عدم وقوع أ وعدم وقوع ب	ف أ ب
ل (أ′ ∪ ب)=ل (أ – ب)′ =١-ل (أ – ب)	احتمال وقوع ب أو عدم وقوع أ احتمال عدم وقوع أ فقط	ف أ ب
ل [(أ – ب) ∪ (ب – أ)] = ل(أ ∪ ب) – ل (أ∩ب)	احتمال وقوع أحد الحدثين دون الآخر احتمال وقوع أحد الحدثين فقط	ف أ ب
ل (أ′ ∪ ب′) = ل (أ∩ب)′ = ١ – ل (أ ∩ ب)	احتمال عدم وقوع الحدثين معًا احتمال وقوع أحدهما على الأكثر	ف أ ب

موقع الدكتور محمد رزق معلم الكيمياء التعليمي D.M.RAZK

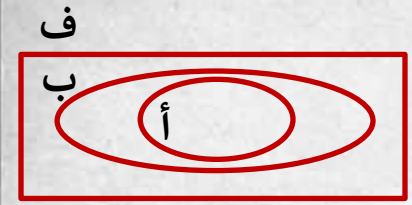
أى من الأشكال الآتية يعبر الجزء المظلل فيه عن وقوع أى من الحدثين أ أو ب دون الآخر .....



موقع الدكتور محمد رزق معلم الكيمياء التعليمي D.M.RAZK

١ بعض المصطلحات والمفاهيم الأساسية
٢ حساب الاحتمال
٣ مسلمات وقوانين الاحتمال
٤ الاحتمال الشرطى
٥ الأحداث المستقلة وغير المستقلة

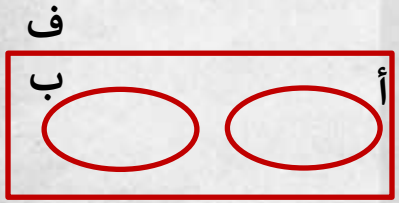
ملاحظات



اذا كان أ ⊂ ب فإن :

* ل (أ ∩ ب) = ل (أ)
* ل (أ ∪ ب) = ل (ب)
* ل (أ - ب) = ل (∅) = صفر
* ل (ب - أ) = ل (ب) - ل (أ)

اذا كان أ ، ب حدثين متنافيين فإن :



* ل (أ ∩ ب) = صفر
* ل (أ ∪ ب) = ل (أ) + ل (ب)
* ل (أ – ب) = ل (أ)
* ل (ب - أ) = ل (ب)

• اذا كان : ل (أ) = ل (أَ) **فإن :** ل (أ) = $\frac{١}{٢}$

* وبصفة عامة، إذا كان : $\frac{\text{ل}(أ)}{\text{ل}(أَ)} = \frac{\text{م}}{\text{ن}}$ **فإن :** ل (أ) = $\frac{\text{م}}{\text{م} + \text{ن}}$

موقع الدكتور محمد رزق معلم الكيمياء التعليمي D.M.RAZK

إذا كان أ ، ب حدثين من عينة ف لتجربة عشوائية حيث
أ ⊂ ب ، ل (ب) = ٠,٥ فإن، ل (أ ∪ ب) = ...

- ١/٤
- ١/٢
- ٣/٤
- ١

هـنـذاكـر أونـلايـن

١ بعض المصطلحات والمفاهيم الأساسية
٢ حساب الاحتمال
٣ مسلمات وقوانين الاحتمال
٤ الاحتمال الشرطى
٥ الأحداث المستقلة وغير المستقلة

• قانونا «دى مورجان» : $\acute{A} \cup \acute{B} = (A \cap B)'$ ، $\acute{A} \cap \acute{B} = (A \cup B)'$

ولذلك نجد أن :

* $ل(\acute{A} \cap \acute{B}) = ل(A \cap B)' = ١ - ل(A \cap B)$

* $ل(\acute{A} \cap \acute{B}) = ل(A \cup B)' = ١ - ل(A \cup B)$

لاحظ الفرق بين التعبيرات الآتية :

* احتمال عدم وقوع أ او عدم وقوع ب ⇐ $ل(\acute{A} \cup \acute{B})$
* احتمال عدم وقوع أ او وقوع ب ⇐ $ل(\acute{A} \cup B)$
* احتمال عدم وقوع (أ او ب) ⇐ $ل(A \cup B)'$

موقع الدكتور محمد رزق معلم الكيمياء التعليمي D.M.RAZK

الاحتمال الشرطى :

ونرمز لاحتمال وقوع الحدث (أ) بشرط أن (أو علمًا بأن) (أو إذا كان) ب قد وقع بالفعل بالرمز ل (أ | ب)

ويعرف كما يلى : $ل(أ \mid ب) = \frac{ل(أ \cap ب)}{ل(ب)}$

• حيث ل (ب) > ٠

ملاحظات

١ الاحتمال الشرطى يتمتع بنفس خواص الاحتمال (غير الشرطى) أى أن:

* ٠ ≤ ل (أ|ب) ≤ ١
* $ل(ف \mid ب) = \frac{ل(ف \cap ب)}{ل(ب)} = \frac{ل(ب)}{ل(ب)} = ١$
* ل ($أ'$|ب) = ١ - ل (أ|ب)
* إذا كان : $أ_١ \cap أ_٢ = \emptyset$ فإن ل [($أ_١ \cup أ_٢$) | ب] = ($أ_١$|ب) + ل ($أ_٢$|ب)

٢ ل (أ|ب) ≠ ل(ب |أ)

فى تجربة إلقاء حجر نرد منتظم مرة واحدة ، فإن احتمال ظهور عدد زوجى ،
علمًا بأن العدد الظاهر على الوجه العلوى أكبر من ١ يساوى .....

- ٠,٢
- ٠,٤
- ٠,٦
- ٠,٨

هـنـذاكـر أونـلايـن

اذا كان : أ ، ب حدثين من فضاء تجربة عشوائية ف حيث أ ⊂ ب،
ل(ب) = $\frac{1}{2}$ ، ل (أ ∩ ب) = $\frac{1}{6}$ فإن ل (ب|أ) = ...

- ١
- $\frac{1}{3}$
- $\frac{2}{3}$
- $\frac{1}{4}$

هنداكر أونلاين

موقع الدكتور محمد رزق معلم الكيمياء التعليمي D.M.RAZK

ملاحظات

٣ إذا كان ل دالة احتمال منتظمة فإن : ل (أ | ب) = $\frac{\text{ل (أ ∩ ب)}}{\text{ل (ب)}}$ = $\frac{\text{عدد عناصر (أ ∩ ب)}}{\text{عدد عناصر (ب)}}$

٤ نعلم أن ل (أ | ب) = $\frac{\text{ل (أ ∩ ب)}}{\text{ل (ب)}}$ حيث ل(ب) ≠ ٠

أى أن : ل (أ ∩ ب) = ل(ب) × ل(أ | ب)

، (ب | أ) = $\frac{\text{ل (ب ∩ أ)}}{\text{ل (أ)}}$ حيث ل(أ) ≠ ٠

أى أن : ل (أ ∩ ب) = ل(أ) × ل(ب | أ)

∴ ل (أ ∩ ب) = ل(أ) × ل(ب | أ) = ل(ب) × ل(أ | ب) ← «قانون الضرب فى الاحتمالات»

وهذا يعنى أن : احتمال وقوع (أ ، ب) = احتمال وقوع أ × احتمال وقوع بشرط وقوع أ
= احتمال وقوع احتمال وقوع × بشرط وقوع ب

موقع الدكتور محمد رزق معلم الكيمياء التعليمي D.M.RAZK

إذا كان : ل (ب | أ) = $\frac{٢}{٣}$ ، ل (ب | أَ) = $\frac{٤}{٧}$ ، ل(أ) = $\frac{٣}{٥}$ أوجد :

(١) ل (أ ∩ ب)

هـنـذاكـر
أونـلايـن

موقع الدكتور محمد رزق معلم الكيمياء التعليمي D.M.RAZK

إذا كان : ل (ب | أ) = $\frac{٢}{٣}$ ، ل (ب | أَ) = $\frac{٤}{٧}$ ، ل(أ) = $\frac{٣}{٥}$ أوجد :

(٢) ل (أ ∪ ب)

موقع الدكتور محمد رزق معلم الكيمياء التعليمي D.M.RAZK

كيس يحتوى على ١٢ كرة صفراء ، ٨ كرات حمراء ، إذا سُحبت كرتان عشوائيًا على التوالى بدون احلال ، فإن احتمال أن تكون الكرة الأولى صفراء والثانية حمراء يساوى .....

- $\frac{٣٣}{٩٥}$
- $\frac{٢٤}{٩٥}$
- $\frac{١٤}{٩٥}$
- $\frac{١}{٩٥}$

هـنـذاكـر أونـلايـن

الأحداث المستقلة وغير المستقلة

الحدثان المستقلان

◀ يكون الحدثان مستقلين إذا كان وقوع أحد الحدثين لا يؤثر فى احتمال وقوع الحدث الآخر

◀ إذا كان أ ، ب حدثين مستقلين **أى أن :** ل (أ ∩ ب) = ل(أ) × ل(ب)

أى أن :

احتمال وقوع حدثين مستقلين معًا احتمال «وقوع الحدث الأول» × احتمال «وقوع الحدث الثانى»

أمثلة الأحداث المستقلة

* إلقاء قطعة نقود ثم إلقاء حجر نرد مرة واحدة
* نجاح طالب فى مقرر اللغة العربية ونجاحه فى مقرر الرياضيات
* سحبت كرة عشوائيًا من كيس ثم أعيدت إلى الكيس ، ثم سُحبت كرة ثانية

١ بعض المصطلحات والمفاهيم الأساسية
٢ مسلمات وقوانين الاحتمال
٣ حساب الاحتمال
٤ الاحتمال الشرطى
٥ الأحداث المستقلة وغير المستقلة

الأحداث المستقلة وغير المستقلة

الأحداث غير المستقلة

يكون أ ، ب حدثين غير مستقلين إذا كان ل (أ ∩ ب) ≠ ل (أ) × ل (ب)

ومن أمثلة الأحداث الغير مستقلة

* سحب كرة عشوائيًا من كيس دون إعادتها ، ثم سحب كره ثانية

إذا كان أ ، ب حدثين مستقلين وكان : ل(أ) = ٠,٢ ، ل (ب) = ٠,٦
فإن : ل (أ ∪ ب) = ...

- ٠,١٢
- ٠,٣٢
- ٠,٦٨
- ٠,٨

هـنـذاكـر أونـلايـن

إذا كان أ، ب حدثين مستقلين ، ل (أ) = ٠,٣ ، ل (ب) = ٠,٦
فإن : ل (أَ | ب) = ...

- ٠,٧
- ٠,٢
- ٠,٤
- ٠,٣

هـنـذاكـر أونـلايـن

العلاقة ل (أ ∩ ب) تساوى كلًا مما يأتى ما عدا .....

- ل (ب | أ) × ل (أ)
- ل (أ | ب) × ل (ب)
- ل (أ) + ل (ب) – ل (أ ∪ ب)
- $\frac{\text{ل (أ ∪ ب)}}{\text{ل (ب)}}$

هنداكر أونلاين

الوحدة 4 المتغيرات العشوائية والتوزيعات الاحتمالية

الدرس الأول المتغير العشوائى المتقطع - التوقع (المتوسط) والتباين

الدرس الثانى التوزيع الهندسى وتوزيع ذى الحدين

الدرس الثالث دالة كثافة الاحتمال للمتغير العشوائى المتصل

موقع الدكتور محمد رزق معلم الكيمياء التعليمي D.M.RAZK

١ المتغير العشوائى

٢ المتغير العشوائى المتقطع

٣ حساب المتوسط ، التباين الانحراف المعيارى

٤ التوزيع الهندسى وتوزيع ذى الحدين

٥ المتغير العشوائى المتصل (المستمر)

هنداكر أونلاين

المتغيرات العشوائية والتوزيعات الاحتمالية

المتغير العشوائى

إذا كان ف فضاء عينة لتجربة عشوائية ما ، ح مجموعة الأعداد الحقيقية
فإن : أى دالة س : ف ← ح تسمى متغيرًا عشوائيًا معرفًا على ف

مدى المتغير العشوائى

هو مجموعة جزئية من ح وهو مجموعة القيم المناظرة لعناصر فضاء العينة والتى تحددها دالة المتغير العشوائى

لاحظ أن :

المتغير العشوائى يجزئ فضاء العينة ف إلى أحداث متنافية ، كل حدث منها يرتبط بعدد حقيقى ، وهذا الارتباط يعبر عن دالة س من فضاء العينة ف إلى ح مجموعة الأعداد الحقيقية

١ المتغير العشوائى
٢ المتغير العشوائى المتقطع
٣ حساب المتوسط ، التباين الانحراف المعيارى
٤ التوزيع الهندسى وتوزيع ذى الحدين
٥ المتغير العشوائى المتصل (المستمر)

موقع الدكتور محمد رزق معلم الكيمياء التعليمي D.M.RAZK

إذا كان مدى المتغير العشوائى لتجربة إلقاء قطعة نقود مرتين متتاليتين هو {٠ ، ١ ، ٤} فإن هذه التجربة تدل على .....

- مربع عدد الصور
- نصف عدد الكتابات
- عدد الصور - عدد الكتابات
- عدد الصور × عدد الكتابات

هنداكر أونلاين

إذا كان مدى المتغير العشوائى لتجربة إلقاء قطعة نقود مرتين متتاليتين هو {٠ ، ١} فإن هذه التجربة تدل على .....

- عدد الصور
- عدد الكتابات
- عدد الصور - عدد الكتابات
- عدد الصور × عدد الكتابات

هنداكر أونلاين

المتغير العشوائى المتقطع وتوزيعه الاحتمالى

المتغير العشوائى المتقطع :

هو المتغير العشوائى الذى مداه مجموعة منتهية أو قابلة للحصر من الأعداد الحقيقية

ومن أمثلة ذلك :

١ عدد الأسهم المخصصة لأحد الأفراد فى اكتتاب شركة مساهمة

٢ عدد الحوادث على إحدى الطرق السريعة خلال شهر

٣ عدد المكالمات التليفونية الصادرة لأسرة خلال أسبوع

١ المتغير العشوائى
٢ المتغير العشوائى المتقطع
٣ حساب المتوسط ، التباين الانحراف المعيارى
٤ التوزيع الهندسى وتوزيع ذى الحدين
٥ المتغير العشوائى المتصل (المستمر)

موقع الدكتور محمد رزق معلم الكيمياء التعليمي D.M.RAZK

١ المتغير العشوائى
٢ المتغير العشوائى المتقطع
٣ حساب المتوسط ، التباين الانحراف المعيارى
٤ التوزيع الهندسى وتوزيع ذى الحدين
٥ المتغير العشوائى المتصل (المستمر)

التوزيع الاحتمالى للمتغير العشوائى المتقطع

إذا كان س متغيرًا عشوائيًا متقطعًا مداه المجموعة {س١ ،س٢ ،س٣ ، ..... ،سن}

فإن الدالة د حيث د (سر) =ل (س = سر) لكل ر = ١ ، ٢ ، ٣ ، ..... ، ن

تحدد ما يسمى بالتوزيع الاحتمالى للمتغير العشوائى المتقطع س

والذى يعبر عنه بمجموعة الأزواج المرتبة الآتية :

{(س١ ، د(س١)) ، (س٢ ، د(س٢)) ، ..... ، (سن ، د(سن))}

ويفضل أن توضع على صورة جدول كالأتى:

سر	س١	س٢	.....	سن
د(سر)	د(س١)	د(س٢)	.....	د(سن)

وهذه الدالة تحقق الشرطين الآتيين :

١ د(سر) > صفر لكل ر = ١، ٢ ، ٣ ، ..... ،

٢ د(س١) + د(س٢) + د(س٣) + ... د(سن) = ١

لاحظ أن :

أى دالة تحقق الشرطين السابقين تصلح أن تكون «دالة توزيع احتمالي» لمتغير عشوائى متقطع

موقع الدكتور محمد رزق معلم الكيمياء التعليمي D.M.RAZK

أيُّ من الدوال الأتية تمثل دالة التوزيـع الاحتمالى للمتغير العشوائى س ؟

س$_{ر}$	١	٢	٣	٤
د(س$_{ر}$)	٠,٠٦	٠,١٥	٠,٤٢	٠,٢٦

س$_{ر}$	٠	١	٣	٥
د(س$_{ر}$)	٠,٥	٠,٣	٠,٤	-٠,٢

س$_{ر}$	-٢	-١	١	٢
د(س$_{ر}$)	٠,٣٢	٠,١٤	٠,٢٣	٠,٣١

س$_{ر}$	٣	٤	٥	٦
د(س$_{ر}$)	٠,٢٣	٠,٣٢	٠,١٧	٠,١٨

D.M.RAZK موقع الدكتور محمد رزق معلم الكيمياء التعليمي

إذا كان س متغيرًا عشوائيًا متقطعًا توزيعه الاحتمالى كالآتى

فإن : قيمة أ = ...

س$_{ر}$	١	٢	٤	٦
د(س$_{ر}$)	٠,٢	أ	٠,٤	٠,١

- ٠,٣
- ٠,٥
- ٠,٦
- ٠,٧

هنذاكر أونلاين

إذا كان س متغيرًا عشوائيًا متقطعًا توزيعه الاحتمالى كالآتى :

فإن م = ...

س$_{ر}$	١	٢	٣	٥
د(س$_{ر}$)	٤ م	م	٠,٢	٣ م

- ٠,١
- ٠,٤
- ٠,٨
- ١

هنداكر أونلاين

١ المتغير العشوائى
٢ المتغير العشوائى المتقطع
٣ حساب المتوسط ، التباين الانحراف المعيارى
٤ التوزيع الهندسى وتوزيع ذى الحدين
٥ المتغير العشوائى المتصل (المستمر)

حساب المتوسط ، التباين والانحراف المعيارى

إذا كان س متغيرًا عشوائيًا متقطعًا يأخذ القيم: $س_1$ ، $س_2$ ، ..... $س_ن$ باحتمالات د ($س_1$) ، د ($س_2$) ، ..... ، د ($س_ن$) على الترتيب فإن :

١ المتوسط : $\mu = \sum_{ر=1}^{ن} س_ر \cdot د(س_ر)$

٢ التباين $(\sigma^2) = \sum_{ر=1}^{ن} (س_ر - \mu)^2 \cdot د(س_ر)$

أى أن : $\sigma^2 = \sum_{ر=1}^{ن} س_ر^2 \cdot د(س_ر) - \mu^2$

٣ الانحراف المعيارى (σ) = $\sqrt{\text{التباين}}$

أى أن : الانحراف المعيارى $(\sigma) = \sqrt{\sigma^2}$

٤ معامل الاختلاف = $\frac{\text{الانحراف المعيارى}}{\text{المتوسط}} \times ١٠٠\%$

أى أن : الانحراف الأختلاف = $\frac{\sigma}{\mu} \times ١٠٠\%$

موقع الدكتور محمد رزق معلم الكيمياء التعليمي D.M.RAZK

١ المتغير العشوائى
٢ المتغير العشوائى المتقطع
٣ حساب المتوسط ، التباين الانحراف المعيارى
٤ التوزيع الهندسى وتوزيع ذى الحدين
٥ المتغير العشوائى المتصل (المستمر)

حساب المتوسط ، التباين والانحراف المعيارى

ملاحظات

١ لحساب كل من المتوسط والتباين والانحراف المعيارى نكون جدولًا من ٤ أعمدة كالتالى :

$س_ر$	$د(س_ر)$	$س_ر \cdot د(س_ر)$	$س_ر^2 \cdot د(س_ر)$
المجموع		$\sum_{ر=1}^{ن} س_ر \cdot د(س_ر)$	$\sum_{ر=1}^{ن} س_ر^2 \cdot د(س_ر)$

٢ عناصر العمود الرابع تحسب من ضرب عناصر العمودين الأول والثالث المناظرة

٣ كل من التباين والانحراف المعيارى يكون عددًا موجبًا بينما المتوسط قد يكون موجبًا أو سالبًا أوحسب قيم المتغير العشوائى

موقع الدكتور محمد رزق معلم الكيمياء التعليمي D.M.RAZK

أوجد المتوسط والانحراف المعيارى ومعامل الاختلاف للتوزيع الاحتمالى الآتى :

$س_ر$	١	٣	٤	٥
$د(س_ر)$	٠,٤	٠,١	٠,٢	٠,٣

موقع الدكتور محمد رزق معلم الكيمياء التعليمي D.M.RAZK

إذا كان س متغيرا عشوائيًا متقطعًا وكان التوقع يساوى ٠,٦ ،

$\sum_{ر=١}^{ن}$ س$_{ر}^{٢}$ × د(س$_{ر}$) = ٤,٣٦ فإن الانحراف المعيارى له يساوى .....

- ١,٩٤
- ٢
- ٣,٧٦
- ٤

هنداكر أونلاين

موقع الدكتور محمد رزق معلم الكيمياء التعليمي D.M.RAZK

إذا كان المتوسط μ لمتغير عشوائى ما يساوى ١٠٠ ، وكان التباين يساوى ١٦ فإن معامل الاختلاف يساوى .....

- ٤%
- ١٦%
- ٣٢%
- ٦٤%

هـنـذاكـر أونـلايـن

إذا كان س متغيرًا عشوائيًا متقطعًا مداه = {١ ، ٢ ، ٣} ، دالة توزيعه الاحتمالى تتحدد بالعلاقة د (س) = $\frac{\text{س}}{\text{ك}}$ فإن ، قيمة ك تساوى .....

- ٤
- ٥
- ٦
- ٩

هـنـذاكـر أونـلايـن

التوزيع الهندسى وتوزيع ذى الحدين

تجربة بيرنولى : هى تجربة عشوائية لها ناتجين فقط «نجاح أو فشل»
ويكون (احتمال النجاح + احتمال الفشل = ١)

تكرار تجربة بيرنولى

- عدد من المرات المستقلة الوصول إلى أول نجاح ← التجربة الاحتمالية الهندسية
- عدد محدود من المرات المستقلة بأى عدد من مرات النجاح ← التجربة الاحتمالية ذى الحدين

أولًا التجربة الاحتمالية الهندسية

هى تكرار تجربة بيرنولى عدد من المرات المستقلة حتى التوصل إلى أول نجاح

الوحدة الرابعة (المتغيرات العشوائية والتوزيعات الاحتمالية)

١ المتغير العشوائى
٢ المتغير العشوائى المتقطع
٣ حساب المتوسط ، التباين الانحراف المعيارى
٤ التوزيع الهندسى وتوزيع ذى الحدين
٥ المتغير العشوائى المتصل (المستمر)

موقع الدكتور محمد رزق معلم الكيمياء التعليمي D.M.RAZK

١ المتغير العشوائى
٢ المتغير العشوائى المتقطع
٣ حساب المتوسط ، التباين الانحراف المعيارى
٤ التوزيع الهندسى وتوزيع ذى الحدين
٥ المتغير العشوائى المتصل (المستمر)

التوزيع الهندسى وتوزيع ذى الحدين :

شروط التجربة الاحتمالية الهندسية

◁ إذا توافرت الشروط الأربعة الأتية فى تجربة عشوائية ما، فإنها تعد تجربة احتمالية هندسية

١ اشتمال التجربة على محاولة أو عدة محاولات متكررة ومستقلة

٢ كل محاولة لها نتيجتين متنافيتين فقط (نجاح أو فشل)

٣ ثبات احتمال النجاح فى كل محاولة

٤ التوقف عند أول نجاح

• المتغير العشوائى س الذى يرمز إلى عدد محاولات الوصول لأول نجاح يسمى متغير عشوائى هندسى و نرمز له بالرمز س ~ هندسى(ح) حيث ح يمثل احتمال النجاح

موقع الدكتور محمد رزق معلم الكيمياء التعليمي D.M.RAZK

١ المتغير العشوائى
٢ المتغير العشوائى المتقطع
٣ حساب المتوسط ، التباين الانحراف المعيارى
٤ التوزيع الهندسى وتوزيع ذى الحدين
٥ المتغير العشوائى المتصل (المستمر)

التوزيع الهندسى وتوزيع ذى الحدين :

ثانيًا التجربة الاحتمالية ذات الحدين

هى تكرار تجربة بيرنولى عددًا محددًا من المرات المستقلة بأى عدد من مرات النجاح

شروط التجربة الاحتمالية ذات الحدين

إذا توافرت الشروط الأربعة الأتية فى تجربة عشوائية ما ، فإنها تعد تجربة احتمالية ذات حدين

١ اشتمال التجربة على محاولات متكررة ومستقلة

٢ كل محاولة لها نتيجتين متنافيتين فقط (نجاح أو فشل)

٣ ثبات احتمال النجاح فى كل محاولة

٤ وجود عدد محدد ($ن$) من المحاولات فى التجربة

* المتغير العشوائى ذى الحدين يرمز له بالرمز $س \sim$ حدين $(ن ، ح)$ حيث $ن$ عدد محاولات التجربة ، $ح$ احتمال النجاح

موقع الدكتور محمد رزق معلم الكيمياء التعليمي D.M.RAZK

١ المتغير العشوائى
٢ المتغير العشوائى المتقطع
٣ حساب المتوسط ، التباين الانحراف المعيارى
٤ التوزيع الهندسى وتوزيع ذى الحدين
٥ المتغير العشوائى المتصل (المستمر)

التوزيع الهندسى وتوزيع ذى الحدين :

مقارنة بين التوزيع الاحتمالى الهندسى وتوزيع ذى الحدين

التوزيع الاحتمالى الهندسى	التوزيع ذى الحدين
* تكتب دالة التوزيع الاحتمالى الهندسى على صورة ل(س = ر) = (ح) (١ -ح)$^{ر-١}$ حيث ر = ١ ، ٢ ، ٣ ، ..... *المتوسط (التوقع) = $\frac{١}{ح}$ * التباين = $\frac{١-ح}{ح^{٢}}$ * الانحراف المعيارى σ = الجذر التربيعى الموجب للتباين	•تكتب دالة توزيع ذى الحدين على صورة •ل (س = ر) = $ن_{ق_{ر}}$ (ح)^{ر} (١ - ح)$^{ن-ر}$ حيث ر = ٠ ، ١ ، ٢ ، ..... ، *المتوسط (المتوقع) = ن ح •التباين = ن ح (١ - ح) * الانحراف المعيارى σ= الجذر التربيعى الموجب للتباين
مثال	
إذا كان احتمال فوز أحد الفرق الرياضية فى أى مباراة ٠.٦ فإحتمال أن يفوز لأول مرة فى المباراة الرابعة	إذا كان احتمال فوز أحد الفرق الرياضية فى أى مباراة ٠,٦ فإحتمال أن يفوز ثلاث مرات فى ٤ مباريات
الحل	
ل(س = ٤) = ٠,٦ (١-٠,٦)$^{١-٤}$ = $\frac{٢٤}{٦٢٥}$	ل(س = ٣) = ^{٤}ق$_{٣}$ (٠,٦)^{٣} (١- ٠,٦)$^{٣-٤}$ = $\frac{٢١٦}{٦٢٥}$

موقع الدكتور محمد رزق معلم الكيمياء التعليمي D.M.RAZK

إذا كان س ~ هندسى (٠,٢)

فإن : ل (س = ٣) = ...

- $\frac{١٦}{١٢٥}$
- $\frac{٤}{١٢٥}$
- $\frac{١٦}{١٢٥}$
- $\frac{٣٢}{١٢٥}$

هـنـذاكـر أونـلايـن

احتمال أن يوافق شخص على عرض تسويقى عبر الهاتف ٠,١
ما احتمال أن يوافق أول شخص فى المكالة الخامسة ؟

- ٠,٨٢٠٤٥
- ٠,٧٢٧٢
- ٠,٢٠٦٤
- ٠,٠٦٥٦١

هـنـذاكـر أونـلايـن

إذا كان س ~ هندسى (ح)

فإن: ل (س ≤ ٣) = ...

- ١ – ل (س ≥ ٣)
- ١ – ل (س < ٣)
- ١ – ل (س > ٣)
- ل (س < ٣)

هنداكر أونلاين

التوقع الرياضى (المتوسط) لتوزيع هندسى مع احتمال نجاح ٠,٤ يساوى .....

- ٢,٥
- ٣
- ٣,٥
- ٤

هـنـذاكـر أونـلايـن

إذا كان س هندسى (ح) وكان المتوسط (μ)
فإن التباين = ...

- $\frac{ح^{٢}}{١ - ح}$
- $\frac{١ + ح}{ح^{٢}}$
- $\frac{ح^{١} - \mu}{\mu^{٢}}$
- $\mu - \mu^{٢}$

هنداكر أونلاين

إذا كان س ~ حدين (٨، ٤. ٠)
فإن التباين للمتغير س = ...

- ٤٨/٢٥
- ٦/٢٥
- ١٦/٥
- ٢٤/٥

هـنـذاكـر أونـلايـن

موقع الدكتور محمد رزق معلم الكيمياء التعليمي D.M.RAZK

إذا كان: س ~ حدين (ن ، ح) وكان المتوسط =μ
فإن التباين = ...

- ن ح (١ + ح)
- μ (١ + ح)
- μ (١ – ح)
- ح (١ – ح)

هنداكر أونلاين

موقع الدكتور محمد رزق معلم الكيمياء التعليمي D.M.RAZK

احتمال أن يتم تسليم الطلب فى الوقت المحدد هو ٠,٩ إذا تم تسليم ١٢ طلبًا،
ما هو احتمال أن يتم تسليم ١٠ طلبات منها فى الوقت المحدد ؟

- ٠,١٢١٣
- ٠,٢٣٠١
- ٠,٣٤٠٥
- ٠,٥٢٤

هـنـذاكـر أونـلايـن

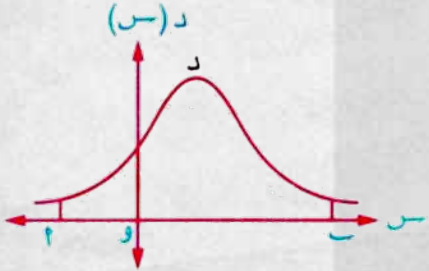
١ المتغير العشوائى
٢ المتغير العشوائى المتقطع
٣ حساب المتوسط ، التباين الانحراف المعيارى
٤ التوزيع الهندسى وتوزيع ذى الحدين
٥ المتغير العشوائى المتصل (المستمر)

المتغير العشوائى المتصل (أو المستمر)

هو المتغير العشوائى الذى مداه فتره مفتوحة أو مغلقة

دالة الكثافة

◁ إذا كان س متغيرًا عشوائيًا متصلًا فإن الدالة الحقيقية د التى مداها غير سالب تسمى دالة الكثافة الاحتمالية إذا كان تحقق الشرطان الأتيان معًا



١ منحنى الدالة د يقع فوق محور السينات أى أن :

د(س) ≥ ٠ لجميع قيم س التى تنتمى لمجال دالة

٢ مساحة المنطقة أسفل منحى الدالة د وفوق محور السينات تساوى الواحد الصحيح

* ويمكن من خلالها إيجاد احتمالات الأحداث المعبرة عنها بواسطة المتغير العشوائى فيكون

ل (أ ≤ س ≤ ب) = مساحة المنطقة الواقعة تحت المنحنى وفوو محور السيئات فى الفترة [أ ، ب]، حيث أ < ب

موقع الدكتور محمد رزق معلم الكيمياء التعليمي D.M.RAZK

١ المتغير العشوائى
٢ المتغير العشوائى المتقطع
٣ حساب المتوسط ، التباين الانحراف المعيارى
٤ التوزيع الهندسى وتوزيع ذى الحدين
٥ المتغير العشوائى المتصل (المستمر)

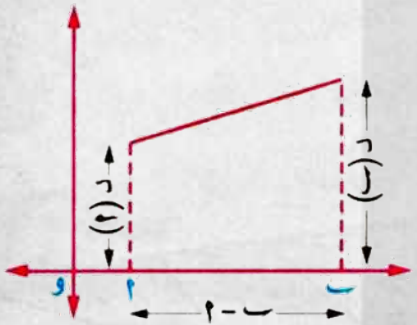
المتغير العشوائى المتصل (أو المستمر)

ملاحظات :

١ مساحة شبه المنحرف = $\frac{١}{٢}$ (مجموع طولى القاعدتين المتوازيتين) × الارتفاع

٢ دالة الكثافة تكون عباره عن دالة ثابتة أو خطية [الدوال المقرر دراستها] وهى تمثل بقطعة مستقيمة أو أكثر حسب قاعدة الدالة

• ففى الشكل المقابل :



إذا كانت د (س) تمثل دالة كثافة احتمال فإن :
ل (أ ≤ س ≤ ب) = مساحة المنطقة المظللة
$= \frac{١}{٢}$ [د(أ) + د(ب)] × (ب – أ)

٣ ل (س = أ) = ل (س = ب) = صفر ولذلك نجد أن :

ل(أ ≤ س ≤ ب) = ل (أ ≤ س < ب) = (أ < س ≤ ب) = ل (أ < س < ب)

موقع الدكتور محمد رزق معلم الكيمياء التعليمي D.M.RAZK

إذا كان س متغيرًا عشوائيًا متصلًا ، دالة كثافة الاحتمال له هى :

د (س) = { ٢ س ، ٠ ≤ س ≤ ١ ؛ صفر ، فيما عدا ذلك }

فإن : ل ($\frac{١}{٢}$ < س < $\frac{٣}{٤}$) = ...

- $\frac{٥}{١٦}$
- $\frac{٧}{١٦}$
- $\frac{١}{٢}$
- $\frac{٩}{١٦}$

هنداكر أونلاين

إذا كان التوزيع الاحتمالى للمتغير العشوائى س~ هو : د (س) = { ١/٢ حيث ٢ < س < ٤ ؛ صفر فيما عدا ذلك.

فإن : ل (س~ > ٣) = ...

- ١/٤
- ١/٢
- ٣/٤
- ١

هـنـذاكـر أونـلايـن

موقع الدكتور محمد رزق معلم الكيمياء التعليمي D.M.RAZK

إذا كان س متغيرًا عشوائيًا متصلًا ، دالة كثافة الاحتمال له هى .....

د (س) = { ك حيث -٤ < س < ٤ ؛ صفر فيما عدا ذلك.

فإن : ك = ...

- $\frac{١}{٨}$
- $\frac{١}{٤}$
- صفر
- ٤

هـنـذاكـر أونـلايـن

موقع الدكتور محمد رزق معلم الكيمياء التعليمي D.M.RAZK

إذا كان التوزيع الاحتمالى للمتغير العشوائى س~ هو :

د (س) = { ك س حيث ٢ ≤ س ≤ ٤ ؛ صفر فيما عدا ذلك.

فإن : ك = ...

- ١/٢
- ١/٣
- ١/٢
- ٣/٤

هـنـذاكـر أونـلايـن

موقع الدكتور محمد رزق معلم الكيمياء التعليمي D.M.RAZK

الوحدة 5 التوزيع الطبيعى

الدرس الأول التوزيع الطبيعى

الدرس الثانى بعض التطبيقات العملية للتوزيع الطبيعى

الدرس الثالث التقدير الإحصائى وفترات الثقة

موقع الدكتور محمد رزق معلم الكيمياء التعليمي D.M.RAZK

الوحدة الخامسة (التوزيع الطبيعي)

١ خواص المنحنى الطبيعى

٢ التوزيع الطبيعى المعيارى

٣ حساب الاحتمالات لمتغير طبيعى غير معيارى

٤ التقدير الإحصائى وفترات الثقة

هنداكر اونلاين

خواص المنحنى الطبيعى :

١ المنحنى متصل ويقع بأكمله فوق محور السينات.ومساحة المنطقة الواقعة أسفل المنحنى وفوق محور السينات تساوى الواحد الصحيح

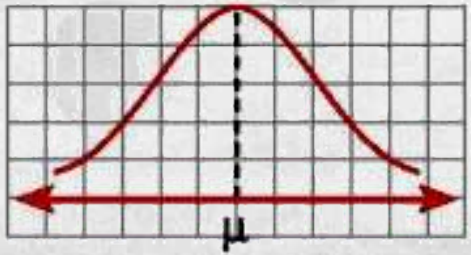
٢ المنحنى متماثل بالنسبة للمستقيم س = μ

أى أن : المستقيم س = μ يقسم المساحة أسفل المنحنى وفوق محور السينات إلى قسمين متساويين فى المساحة ومساحة كل منهما = $\frac{١}{٢}$

٣ الدالة التى يمثلها تتزايد فى الفترة]- ∞ ، μ] وتتناقص فى الفترة [μ، ∞ [

٤ المنحنى له قمة واحدة عند س = μ

٥ يمتد طرفا المنحنى إلى ما لا نهاية حيث يقتربان من المحور السينى دون أن يقطعاه

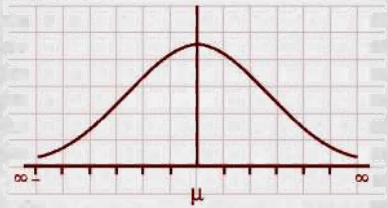


التوزيع الطبيعى المعيارى:

هو توزيع طبيعى متوسطه (μ) = صفر ، وانحرافه المعيارى (σ) = ١

خواص منحنى التوزيع الطبيعى المعيارى :

١ المساحة فوق محور السينات وتحت المنحنى = الواحد الصحيح



٢ المنحنى متماثل بالنسبة للمحور الرأسى (س = ٠) الذى يقسم المنطقة تحت المنحنى وفوق محور السينات إلى منطقتين متماثلتين ومساحة كلا منها $\frac{١}{٢}$

٣ مساحة المنطقة الواقعة أسفل المنحنى وفوق الفترة [٠ ، ى] ، تمثل عدديًا احتمال وقوع المتغير العشوائى ص فى الفترة [٠ ، ي]

أى أن :

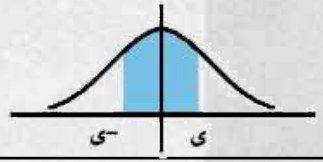
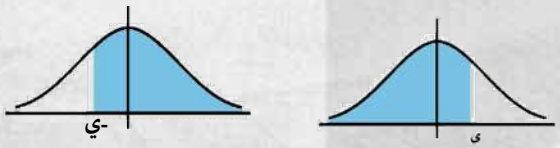
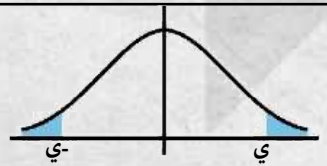
ل (٠ ≤ ص ≤ ى) = المساحة تحت المنحنى الطبيعى المعيارى وفوق الفترة [٠ ، ي] ويكشف عنها مباشرة فى جدول المساحات حيث ى عدد حقيقى موجب

موقع الدكتور محمد رزق معلم الكيمياء التعليمي D.M.RAZK

التوزيع الطبيعى المعيارى:

أهم قواعد استخدام جدول المساحات تحت المنحنى الطبيعى المعيارى :

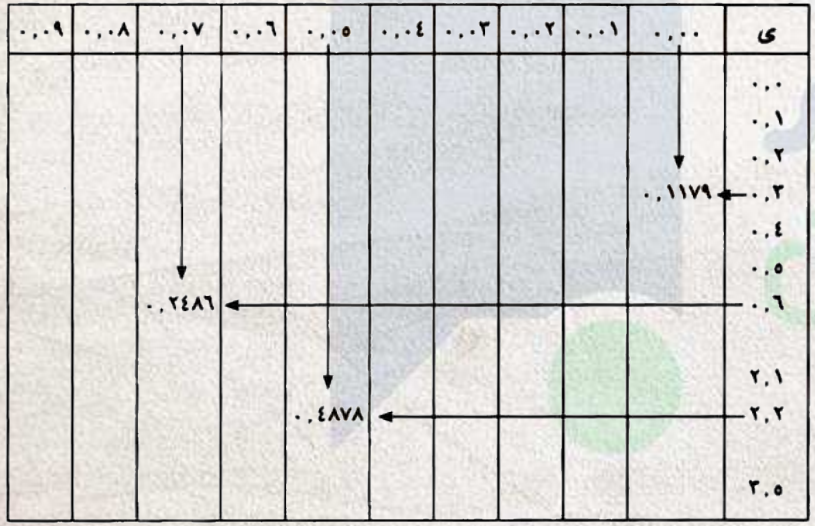
حيث ى ، جـ ، د أعداد موجبة ، جـ < د

الاحتمال المطلوب	وضعه بالصورة المستخدمة فى الجدول	المساحة التى تمثل الاحتمال المطلوب
ل (٠ ≤ ص ≤ ي) أو ل (-ي ≤ ص ≤ ٠)	يكشف فى الجدول مباشرة على الصورة ل (٠ ≤ ص ≤ ي)	
ل (ص ≥ ى) أو ل (ص ≤ - ى)	٠,٥ + ل (٠ ≤ ص ≤ ي)	
ل (ص ≤ ى) أو ل (ص ≥ -ي)	٠,٥ – ل (٠ ≤ ص ≤ ي)	

موقع الدكتور محمد رزق معلم الكيمياء التعليمي D.M.RAZK

إذا كان ص متغيرًا عشوائيًا طبيعيًا معياريًا فإن :

ل(٠ ≤ ص ≤ ٣) = ...



ى	٠,٠٠	٠,٠١	٠,٠٢	٠,٠٣	٠,٠٤	٠,٠٥	٠,٠٦	٠,٠٧	٠,٠٨	٠,٠٩
٠,٠										
٠,١										
٠,٢										
٠,٣	٠,١١٧٩									
٠,٤										
٠,٥										
٠,٦								٠,٢٤٨٦		
٢,١										
٢,٢						٠,٤٨٧٨				
٣,٥										

- ٠,٠٧٩٣
- ٠,٠٢٢٨
- ٠,٩٧٧٢
- ٠,٤٩٨٧

هنداكم أونلاين

موقع الدكتور محمد رزق معلم الكيمياء التعليمي D.M.RAZK

ل (ص ≤ -٠,٥٦) + ل (ص ≥ ١,٥) = ...

- ٠,٧١٢٣
- ٠,٩٣٣٢
- ١,٤٢١٣
- ١,٦٤٥٥

هـنـذاكـر أونـلايـن

ل (ص ≥ -٢) + ل (ص ≤ ٠,٧٨) = ...

- ٠,٠٢٢٨
- ٠,٢١٧٧
- ٠,٢٤٠٥
- ٠,٣٤١٣

هـنـذاكـر أونـلايـن

إذا كان ص متغيرًا عشوائيًا طبيعيًا معياريًا ،
فإن : ل (ص ≤ ٢) = ...

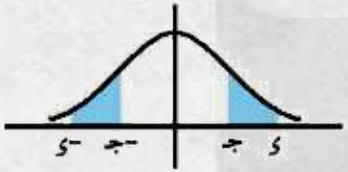
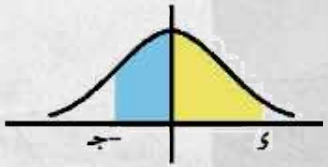
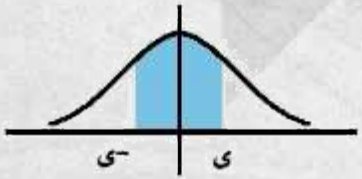
- ل (١ ≤ ص ≤ ٣)
- ل (٠ ≤ ص ≤ ٣)
- ل (ص ≤ -٢)
- ل (ص ≥ -٢)

هنداكر أونلاين

التوزيع الطبيعى المعيارى:

أهم قواعد استخدام جدول المساحات تحت المنحنى الطبيعى المعيارى :

حيث ى ، جـ ، د أعداد موجبة ، جـ < د

الاحتمال المطلوب	وضعه بالصورة المستخدمة فى الجدول	المساحة التى تمثل الاحتمال المطلوب
ل (جـ ≤ ص ≤ د) أو ل (-د ≤ ص ≤ -جـ)	ل (٠ ≤ ص ≤ د) -ل (٠ ≤ ص ≤ جـ)	
ل (-جـ ≤ ص ≤ د)	ل (٠ ≤ ص ≤ د) +ل (٠ ≤ ص ≤ جـ)	
ل (-ى ≤ ص ≤ ى)	٢ل (٠ ≤ ص ≤ ي)	

إذا كان ص متغيرًا عشوائيًا طبيعيًا معياريًا فإن :

ل (١,٢ ≤ ص ≤ ٣,١٤) = ...

- ٠,٤٩٩٢
- ٠,٣٨٤٩
- ٠,١١٤٣
- ٠,٨٨٤١

هـنـذاكـر أونـلايـن

التوزيع الطبيعى المعيارى :

ملاحظات :

١ ل (ص ≤ ٠) = ل (ص ≥ ٠) = $\frac{١}{٢}$

٢ نعتبر ل (ص >أ) ≃ صفر ، ل (ص < أ) ≃ ١ لكل ٣.٥٩

٣ ل (ص > μ) = ل (ص > ٠) ، ل (ص > σ٢) = ل (ص > ٢)

[حيث :μ = صفر ، σ = ١ فى التوزيع الطبيعى المعيارى]

٤ إذا كان ، ل (ص > ى) = ٠,٣١٨١ مثلًا أقل من $\frac{١}{٢}$ فإن ى موجبة

إذا كان ، ل (ص > ى) = ٠,٨٨٣٢ مثلًا أكبر من $\frac{١}{٢}$ فإن ى سالبة

٥ ل (|ص| ≥ ٣أ) = ل (-٣أ ≥ ص ≥ ٣أ) = ٢ ل(٠ ≥ ص ≥ ٣أ)

موقع الدكتور محمد رزق معلم الكيمياء التعليمي D.M.RAZK

إذا كان: ص متغيرًا عشوائيًا وكان : ل (ص ≤ ك) = ٠,١٦٦

فإن : ك = ...

- ١,٣٧
- ٠,٩٧
- ٢,١٣
- ١,٢

ع	٠,٠٠	٠,٠١	٠,٠٢	٠,٠٣	٠,٠٤	٠,٠٥	٠,٠٦	٠,٠٧	٠,٠٨	٠,٠٩
٠,٠	٠,٠٠٠٠	٠,٠٠٤٠	٠,٠٠٨٠	٠,٠١٢٠	٠,٠١٦٠	٠,٠١٩٩	٠,٠٢٣٩	٠,٠٢٧٩	٠,٠٣١٩	٠,٠٣٥٩
٠,١	٠,٠٣٩٨	٠,٠٤٣٨	٠,٠٤٧٨	٠,٠٥١٧	٠,٠٥٥٧	٠,٠٥٩٦	٠,٠٦٣٦	٠,٠٦٧٥	٠,٠٧١٤	٠,٠٧٥٣
٠,٢	٠,٠٧٩٣	٠,٠٨٣٢	٠,٠٨٧١	٠,٠٩١٠	٠,٠٩٤٨	٠,٠٩٨٧	٠,١٠٢٦	٠,١٠٦٤	٠,١١٠٣	٠,١١٤١
٠,٣	٠,١١٧٩	٠,١٢١٧	٠,١٢٥٥	٠,١٢٩٣	٠,١٣٣١	٠,١٣٦٨	٠,١٤٠٦	٠,١٤٤٣	٠,١٤٨٠	٠,١٥١٧
٠,٤	٠,١٥٥٤	٠,١٥٩١	٠,١٦٢٨	٠,١٦٦٤	٠,١٧٠٠	٠,١٧٣٦	٠,١٧٧٢	٠,١٨٠٨	٠,١٨٤٤	٠,١٨٧٩
٠,٥	٠,١٩١٥	٠,١٩٥٠	٠,١٩٨٥	٠,٢٠١٩	٠,٢٠٥٤	٠,٢٠٨٨	٠,٢١٢٣	٠,٢١٥٧	٠,٢١٩٠	٠,٢٢٢٤
٠,٦	٠,٢٢٥٩	٠,٢٢٩١	٠,٢٣٢٤	٠,٢٣٥٧	٠,٢٣٨٩	٠,٢٤٢٢	٠,٢٤٥٤	٠,٢٤٨٦	٠,٢٥١٧	٠,٢٥٤٩
٠,٧	٠,٢٥٨٠	٠,٢٦١١	٠,٢٦٤٢	٠,٢٦٧٣	٠,٢٧٠٤	٠,٢٧٣٤	٠,٢٧٦٤	٠,٢٧٩٤	٠,٢٨٢٣	٠,٢٨٥٢
٠,٨	٠,٢٨٨١	٠,٢٩١٠	٠,٢٩٣٩	٠,٢٩٦٧	٠,٢٩٩٥	٠,٣٠٢٣	٠,٣٠٥١	٠,٣٠٧٨	٠,٣١٠٦	٠,٣١٣٣
٠,٩	٠,٣١٥٩	٠,٣١٨٦	٠,٣٢١٢	٠,٣٢٣٨	٠,٣٢٦٤	٠,٣٢٨٩	٠,٣٣١٥	٠,٣٣٤٠	٠,٣٣٦٥	٠,٣٣٨٩

موقع الدكتور محمد رزق معلم الكيمياء التعليمي D.M.RAZK

حساب الاحتمالات لمتغير طبيعى غير معيارى :

◀ إذا كان س متغيرًا طبيعيًا غير معيارى متوسطه μ وانحرافه المعيارى σ فإننا نحول هذا المتغير إلى متغير طبيعى معيارى ص بالقاعدة : $ص = \frac{س - \mu}{\sigma}$

◀ ويكون : $ل(أ \leq س \leq ب) = ل(\frac{أ - \mu}{\sigma} \leq ص \leq \frac{ب - \mu}{\sigma})$

◀ إذا كانت درجات الطلاب فى إحدى المدارس تتبع توزيعًا طبيعيًا متوسطه (μ) وانحرافه المعيارى (σ) وكان لدينا مثلًا قيمة احتمال أن تكون درجة الطالب أكبر من قيمة معينة (أ) فإن :

- النسبة المئوية للطلاب الحاصلين على درجة أكبر من أ = (الاحتمال × ١٠٠)%
- عدد هؤلاء الطلاب = الاحتمال × العدد الكلى للطلاب
- الدرجة المعيارية = $\frac{\text{الدرجة الحقيقية - المتوسط } (\mu)}{\text{الانحراف المعيارى } (\sigma)}$

إذا كان س متغيرًا طبيعيًا وسطه $\mu = ٦$ والانحراف المعيارى له $\sigma = ٣$
فإن المتغير الذى يخضع لتوزيع طبيعى معيارى هو .....

- $\frac{٦ - س}{٣}$
- $\frac{س - ٣}{٦}$
- $\frac{س - ٦}{٣}$
- $\frac{٣ - س}{٦}$

هنذاكر أونلاين

إذا كانت درجة أحد الطلاب فى أحد الامتحانات الموزعة توزيعًا طبيعيًا بمتوسط قدره ٧٥ وانحراف معيارى = ٥ تساوى ٨٠
فإن الدرجة المعيارية لدرجة هذا الطالب فى هذا الامتحان تساوى .....

- ١-
- ١
- ١,٠٧
- ١,٠٧-

هـنـذاكـر أونـلايـن

اذا كانت درجات الطلاب فى أحد الامتحانات موزعة توزيعًا طبيعيًا بمتوسط = ٥٠ وانحراف معيارى = ٢ فإذا كانت الدرجة المعيارية لأحد الطلاب تساوى ٢ فإن درجته التى حصل عليها فى الامتحان تساوى .....

- ١٠٢
- ٩٨
- ٤٦
- ٥٤

هـنـذاكـر أونـلايـن

اذا كانت درجة أحد الطلاب فى أحد الامتحانات الموزعة توزيعًا طبيعيًا بمتوسط قدره ٤٥ وتباينه = ٢٥ تساوى ٥٠ فإن الدرجة المعيارية لدرجة هذا الطالب فى هذا الامتحان تساوى .....

- -١
- ١
- ١,٠٧
- ٠,٢

هـنـذاكـر أونـلايـن

إذا كان س متغيرًا عشوائيًا طبيعيًا متوسطه μ وانحرافه المعيارى σ فإن : ل(س≥ μ + ١,٢σ) = ...

- ٠,٨٨٤٩
- ٠,٣٨٤٩
- ٠,٦١٥١
- ٠,١١٥١

هـنـذاكـر أونـلايـن

إذا كان س متغيرًا عشوائيًا طبيعيًا متوسطه μ وانحرافه العيارى σ

فإن : ل (μ ≤ س ≤ μ + σ٢)

- ٠,٩٧٧٢
- ٠,٠٢٢٨
- ٠,٤٧٧٢
- ٠,٥٨٤٤

هـنـذاكـر أونـلايـن

إذا كان: س متغيرًا عشوائيًا طبيعيًا متوسطه μ٢ وانحراف المعيارى σ وكان ل (س > μ٢ – σ٢) = ٠,٩٧٨٨

فإن: σ = ...

ز	٠,٠٠	٠,٠١	٠,٠٢	٠,٠٣	٠,٠٤	٠,٠٥	٠,٠٦	٠,٠٧	٠,٠٨	٠,٠٩
٢,٠	٠,٤٧٧٢	٠,٤٧٧٨	٠,٤٧٨٣	٠,٤٧٨٨	٠,٤٧٩٣	٠,٤٧٩٨	٠,٤٨٠٣	٠,٤٨٠٨	٠,٤٨١٢	٠,٤٨١٧
٢,١	٠,٤٨٢١	٠,٤٨٢٦	٠,٤٨٣٠	٠,٤٨٣٤	٠,٤٨٣٨	٠,٤٨٤٢	٠,٤٨٤٦	٠,٤٨٥٠	٠,٤٨٥٤	٠,٤٨٥٧
٢,٢	٠,٤٨٦١	٠,٤٨٦٤	٠,٤٨٦٨	٠,٤٨٧١	٠,٤٨٧٥	٠,٤٨٧٨	٠,٤٨٨١	٠,٤٨٨٤	٠,٤٨٨٧	٠,٤٨٩٠
٢,٣	٠,٤٨٩٣	٠,٤٨٩٦	٠,٤٨٩٨	٠,٤٩٠١	٠,٤٩٠٤	٠,٤٩٠٦	٠,٤٩٠٩	٠,٤٩١١	٠,٤٩١٣	٠,٤٩١٦
٢,٤	٠,٤٩١٨	٠,٤٩٢٠	٠,٤٩٢٢	٠,٤٩٢٥	٠,٤٩٢٧	٠,٤٩٢٩	٠,٤٩٣١	٠,٤٩٣٢	٠,٤٩٣٤	٠,٤٩٣٦
٢,٥	٠,٤٩٣٨	٠,٤٩٤٠	٠,٤٩٤١	٠,٤٩٤٣	٠,٤٩٤٥	٠,٤٩٤٦	٠,٤٩٤٨	٠,٤٩٤٩	٠,٤٩٥١	٠,٤٩٥٢
٢,٦	٠,٤٩٥٣	٠,٤٩٥٥	٠,٤٩٥٦	٠,٤٩٥٧	٠,٤٩٥٩	٠,٤٩٦٠	٠,٤٩٦١	٠,٤٩٦٢	٠,٤٩٦٣	٠,٤٩٦٤

- ٠,٨٦
- ١,٥٧
- ٢,٠٣
- ٣,٠٢

هـنـذاكـر أونـلايـن

إذا كان توزيع أجور عمال أحد المصانع هو توزيع طبيعى متوسطه μ = ٥٠٠٠ جنيه وانحرافه المعيارى σ= ٥٠٠ جنيه فإن النسبة المئوية لعدد العمال الذين تزيد أجورهم على ٦١٤٩ جنيهًا يساوى ..... %

- ١١
- ٠,١
- ١٠
- ١,١

هـنـذاكـر أونـلايـن

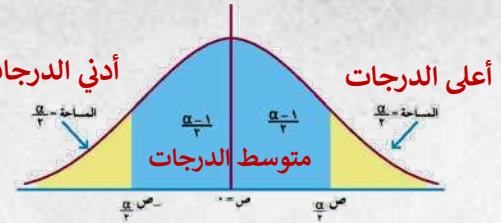
إذا كان الدخل الشهرى لمجموعة مكونة من ٥٠٠ عامل يتبع توزيعًا طبيعيًا متوسطة ١٨٠ جنيها وانحرافه المعيارى ١٥ جنيهًا فإن عدد العمال الذين يقل دخلهم عن ١٩٨ جنيها يساوى .....

- ٣٢٤
- ٤١٠
- ٤٤٢
- ٤٨٦

هـنـذاكـر أونـلايـن

١ خواص المنحنى الطبيعى
٢ التوزيع الطبيعى المعيارى
٣ حساب الاحتمالات لمتغير طبيعى غير معيارى
٤ التقدير الإحصائى وفترات الثقة

التقدير الإحصائى وفترات الثقة :



المعلمة :

قيمة عددية ثابتة تميز المجتمع مثل المتوسط (μ) أو الانحراف المعيارى (σ)

الإحصاءة:

قيمة عددية تتميز بها العينة مثل المتوسط $\bar{س}$ أو الانحراف المعيارى (S)

عادة تكون المعلمة مجهولة أما الإحصاءة تكون معلومة ويمكن حسابها من العينة وتستخدم قيمة الإحصاءة كقيمة تقديرية للمعلمة

التقدير:

هو إحصاة تعتمد على قيم العينة وتعكس قيمة قريبة لمعلمة المجتمع ككل وتوزيعه، وله أسلوبين هما

موقع الدكتور محمد رزق معلم الكيمياء التعليمي D.M.RAZK

١ خواص المنحنى الطبيعى
٢ التوزيع الطبيعى المعيارى
٣ حساب الاحتمالات لمتغير طبيعى غير معيارى
٤ التقدير الإحصائى وفترات الثقة

التقدير الإحصائى وفترات الثقة :

١ التقدير بنقطة :

هى قيمة وحيدة محسوبة من العينة تستخدم لتقدير مَعْلمة مجهولة من معالم المجتمع ،مثل الوسط الحسابى لعينة عشوائية ($\bar{س}$) ويستخدم لتقدير متوسط للمجتمع μ

٢ التقدير بفترة ثقة :

هو إيجاد فترة معينة يتوقع أن تقع معلمة المجتمع داخلها بنسبة معينة أو باحتمال معين وهذه الفترة تسمى فترة الثقه

١ خواص المنحنى الطبيعى
٢ التوزيع الطبيعى المعيارى
٣ حساب الاحتمالات لمتغير طبيعى غير معيارى
٤ التقدير الإحصائى وفترات الثقة

التقدير الإحصائى وفترات الثقة :

فترة الثقة :

هى فترة تستخدم فى الاحصاء لتقدير قيمة معلمة غير معروفة للمجتمع

مستوى الثقة :

هو احتمال أن تكون فترة الثقة تحوى القيمة الحققية لمعلمة المجتمع قيد الدراسة وقيمة مستوى الثقة تساوى (١ - α) حيث α هى نسبة الخطأ فى التقدير

فمثلًا :

١ إذا كانت α = ٠,٠٥ فإن مستوى الثقة = (١ - α) = ٠,٩٥ = ٩٥%

٢ إذا كانت α = ٠,٠١ فإن مستوى الثقة = (١ - α) = ٠,٩٩ = ٩٩%

التقدير الإحصائى وفترات الثقة :

تفسير فترة الثقة :

فترة الثقة بمستوى ٩٥% تعنى أنه عند تكرار تجربة بنفس الحجم عدد ١٠٠ مرة فإننا نثق بأن ٩٥ فترة من الفترات المئة يقع تقدير المَعْلمة بداخلها

◀ عند إيجاد فترة الثقة سنكتفى بمستوى ثقة ٩٥% والتى تناظرها القيمة الحرجة ص $\frac{\alpha}{٢}$ = ١.٩٦ (من جدول المساحات أسفل المنحنى الطبيعى المعيارى)

الخطأ فى التقدير :

◀ عند استخدام عينة لتقدير المتوسط فى المجتمع يكون الخطأ فى التقدير والذى يرمز له بالرمز لى عند درجة ثقة ١ – α يتعين العلاقة التالية : $هـ = ص_{\frac{\alpha}{٢}} \times \frac{\sigma}{\sqrt{ن}}$

- حيث σ الانحراف المعيارى للمجتمع، ن حجم العينة

التقدير الإحصائى وفترات الثقة :

التقدير بفترة الثقة لمتوسط المجتمع μ :

◀ إذا أخذت عينة عشوائية حجمها ن له من مجتمع يتبع التوزيع الطبيعى بمتوسط μ وتباين σ^2

فإن : $\mu \in]\overline{س} - هـ ، \overline{س} + هـ[$

◀ $\overline{س}$ هو الوسط الحسابى للعينة ، هـ هو الخطأ فى التقدير كما يسمى الطرفين $\overline{س} - هـ$ ، $\overline{س} + هـ$ بالحدين الأدنى والأعلى لفترة الثقة

ملاحظات :

١ فى حالة إذا كان حجم العيئة أكبر من ٣٠، σ غير معلومة فإنه يمكن اعتبار أن الانحراف المعيارى للمجتمع σ هو الانحراف المعيارى للعينة

٢ الوسط الحسابى للعينة $(\overline{س}) = \frac{١}{٢}$ (الحد الأعلى لفترة الثقة + الحد الأدنى لفترة الثقة)

الخطأ فى التقدير $(هـ) = \frac{١}{٢}$ (الحد الأعلى لفترة الثقة - الحد الأدنى لفترة الثقة)

إذا كانت فترة الثقة للمتوسط الحسابى للمجتمع هى]٧,٧٦، ١٢,٢٤[
فإن الخطأ فى التقدير هو .....

- ٢,٢٤
- ٠,٢٤
- ٢,٧٦
- ١٠

هـنـذاكـر أونـلايـن

إذا كان حجم العينة ٦٤ ، الانحراف المعيارى للمجتمع ١٠,٢
فإن الخطأ فى التقدير عند درجة ثقه ٩٥% هو .....

- ٢,٣٩٩
- ٢,٥٩٩
- ٢,٤٩
- ٢,٤٩٩

هـنـذاكـر أونـلايـن

عينة حجمها ن فإذا كان الوسط الحسابى للعينة ١٣ وانحرافها المعيارى ١٢ باستخدام درجة ثقة ٩٥% وكان الخطأ فى التقدير يساوى ٢,٣٥٢ فإن حجم العينة يساوى .....

- ٢٥
- ٣٦
- ٥٠
- ١٠٠

هـنـذاكـر أونـلايـن

إذا كان الحد الأدنى لفترة الثقة للمتوسط الحسابى للمجتمع يساوى ٢٣,٠٤
بمستوى ثقه ٩٥% وكان حجم العينة ٦٢٥ والوسط الحسابى للعينة يساوى ٢٩
فإن الانحراف المعيارى لبيانات هذه العينة يساوى .....

- ٢٥
- ٢٦
- ٢٧
- ٢٨

هـنـذاكـر أونـلايـن

تم أخذ عينة من ١٠٠ زبون ، ووجد أن متوسط قيمة الفاتورة هو ٢٥٠ جنيه والانحراف المعيارى هو ٢٠ جنيه
فإن فترة الثقة بنسبة ٩٥% لمتوسط قيمة الفاتورة هى .....

-]٢٤٧ ، ٢٥٣[
-]٢٤٦,٠٨ ، ٢٥٣,٩٢[
-]٢٤٨,٠٨ ، ٢٥١,٩٢[
-]٢٤٦ ، ٢٥٤[

موقع الدكتور محمد رزق معلم الكيمياء التعليمي D.M.RAZK

الإحصاء

الصف الثالث الثانوي

الشعبة الأدبية

موقع الدكتور محمد رزق معلم الكيمياء التعليمي D.M.RAZK

موقع الدكتور محمد رزق معلم الكيمياء التعليمي D.M.RAZK

موقع الدكتور محمد رزق التعليمي

امسح الباركود بالموبيل لتثبيت التطبيق وتحميل كل الملازم مجانا وبسرعه

MR

حمل التطبيق الأن

GET IT ON Google Play

ملازم ابتدائي | ملازم اعدادي | ملازم ثانـــوي | كورسات ونتائج امتحانات

موقع الدكتور محمد رزق
Dr.MoRizK